أولمبياد العلوم والرياضيات الوطني نسمو

حقيبة رياضيات 1

مسابقة الإدارات العامة

2026م

إعداد

الفريق العلمي للرياضيات

بسم الله الرحمن الرحيم

الفهرس

مقدمة

أبناءنا وبناتنا المتميزين،

يسرّنا أن نهنئكم على اجتياز مرحلة المدن والمحافظات وتأهلكم إلى **مرحلة الإدارات العامة**، وهي خطوة متقدمة في طريق التحدي والابتكار الرياضي.

تُعنى هذه الحقيبة بتوسيع مداركم في الفروع الأربعة الرئيسة: **التركيبات، والهندسة، والجبر، ونظرية الأعداد**، مع التركيز على المفاهيم المتقدمة في العدّ، وتطابق المثلثات، والمعادلات الخطية، والأعداد الزوجية والفردية.

تهدف هذه المرحلة إلى صقل مهاراتكم في التفكير التحليلي وربط المفاهيم الرياضية ببعضها، مع تطبيقها في مواقف متنوعة.

وتُعد هذه الحقيبة فرصة لتعميق فهمكم للأنماط الرياضية واستخدام المنطق في التبرير وحل المسائل بأساليب منظمة.

نثق بقدراتكم ونتطلع لرؤيتكم تتألقون في هذه المرحلة المهمة من رحلتكم نحو التميز.

الفريق العلمي للأولمبياد الوطني للعلوم والرياضيات (نسمو) – مسار الرياضيات

الوحدة الأولى: الجبـــــــــــــر

المعادلات الخطية في متغير واحد

لحل معادلة خطية في متغير واحد، نتبع الخطوات التالية بشكل مرتب:

- **التخلص من المقامات (إن وجدت)**

إذا كانت هناك كسور في المعادلة، نضرب كل حد في **المضاعف المشترك الأصغر ((L.C.M** للمقامات للتخلص منها.

- **فك الأقواس**

نستخدم قانون التوزيع لتبسيط الأقواس، مثل:

$$2(x+3) = 2x+6$$

- **نقل الحدود**

ننقل جميع الحدود التي تشمل المجهول في طرف وباقي الحدود في الطرف الآخر تبعاً للقاعدة:

لنقل حدود في معادلة من طرف لطرف آخر نعكس إشارتها والحدود غير المنقولة تظل إشارتها كما هي.

- **تجميع الحدود المتشابهة**

بعد النقل، نبسط الحدود حتى تصبح المعادلة على الشكل:

$ax = b$ حيث a و b ثوابت.

- **القسمة على معامل المتغير**

نقسم الطرفين على a (معامل المتغير) للحصول على الحل:

$$ax = b \Longrightarrow x = \frac{b}{a}$$

مع ملاحظة أن:

- عندما $a \neq 0$ يكون لدينا حل وحيد:

$$x = \frac{b}{a}$$

- عندما $a = 0\ , b \neq 0$ فلا يوجد حل.
- عندما $a = 0\ , b = 0$ فإن أي عدد حقيقي هو حل للمعادلة.

- **للتحقق من الحل**

نعوض قيمة المتغير الناتجة في المعادلة الأصلية: إذا تحققت المساواة فالحل صحيح، وإذا لم تتحقق فهناك خطأ في خطواتنا.

- **ملاحظة:** أحياناً لا نلتزم حرفياً بالترتيب السابق عندما نجد حل أقرب.

مثال:

حل المعادلات:

$a)\ x+3=4$ $b)\ x-2=9$ $c)\ 7x=49$

الحل:

$a)\ x=1$ $b)\ x=11$ $c)\ x=7$

تدريبات:

(1) حل المعادلات:

$a)\ \frac{x}{3}=6$ $b)\ 2x-1=19$

$c)\ 4x-4=x+11$ $d)\ 9(x-1)=7(x+1)$

(2) حل المعادلة:

$$\frac{1}{7}(5x+2)=1$$

(3) حل المعادلة:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{7}(5x-1)\right]+5=6$$

(4) **مسائل تؤول لمعادلات خطية:**

a) إذا كان 7% من عدد يساوي 56، فما هو العدد؟

b) إذا كان مجموع 4 أعداد طبيعية متتالية هو 50، فما العدد الأكبر؟

c) عددان طبيعيان النسبة بينهما 3 :2، والفرق بينهما 14. ما العدد الأصغر؟

d) اشترى أحمد جهاز حاسوب مخفَّضًا بنسبة 35% عن ثمنه الأصلي حيث دفع 1300 ريالًا. كم ريالًا كان الثمن الأصلي للجهاز؟

e) اشترى محمد سيارة ثم باعها فكان ثمن البيع 46000 ريال، وكانت نسبة ربحه 15%. فما قيمة السعر الذي اشترى به السيارة؟

أسئلة التحدي (1):

(1) تم رصد قطار يسير بسرعة ثابتة لحظة دخوله نفق طوله 120 مترًا حتى خرج من النفق بأكمله، وكان زمن الرصد دقيقة واحدة. إذا علمت أن نفس القطار وبنفس السرعة الثابتة يستغرق 20 ثانية ليعبر إشارة ضوئية بكامل طوله. كم يبلغ طول القطار؟

(2) لدينا إناء نسبة الكرات الحمراء إلى الكرات البيضاء فيه كنسبة 1 إلى 4. عندما يستبدل سعد 2 من الكرات البيضاء بـ 7 من الكرات الحمراء تصبح نسبة الكرات الحمراء إلى الكرات البيضاء كنسبة 2 إلى 3. ما نسبة إجمالي عدد الكرات الآن إلى العدد الإجمالي في البداية؟

(3) أنجبت ليلى طفلها الأول في عيد ميلادها العشرين، وطفلها الثاني بعد سنتين بالضبط، وطفلها الثالث بالضبط بعد عامين. كم يكون عمر ليلى عندما يساوي مجموع أعمار أطفالها الثلاثة عمرها؟

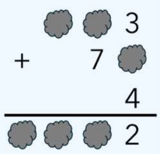
(4) تحتوي سلة فواكه على تفاح وبرتقال. نسبة التفاح إلى البرتقال في السلة كنسبة 3 إلى 8. قمنا بسحب تفاحة واحدة من السلة. أصبحت نسبة التفاح إلى البرتقال في السلة كنسبة 1 إلى 3. كم عدد البرتقال في السلة؟

(5) المتوسط الحسابي لستة أعداد هو 4. عندما دخلنا عددًا سابعًا أصبح المتوسط الجديد 5. أوجد العدد السابع.

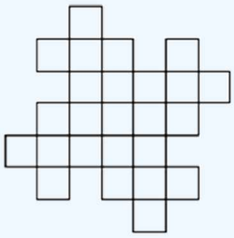
(6) كان المدرب يشتري 17 كرة لناديه الرياضي ثمن الواحدة 481 ريالًا. قال البائع: "عليك أن تدفع 10177 ريالًا ثمنًا للكرات." كيف يمكن أن يخمّن أنه تعرّض للغش دون إجراء حسابات صعبة؟

(7) تم ضرب مجموع عددين في حاصل ضربهما. هل يمكن أن تكون النتيجة 20042401؟ (إذا كان ذلك ممكنًا فاعط مثالًا، وإذا لم يكن كذلك، ففسّر سبب ذلك).

(8) كتبت سعاد تمرينًا على الجمع تختلف فيه جميع الأرقام. وبعد فرحها بإنجازه قام أخوها الصغير بسكب بقع من الحبر على دفترها. هل تستطيع مساعدة الفتاة على إعادة كتابة حل تمرينها؟



(9) لون خمسة مربعات في الشكل أدناه بحيث يمكن تقسيم الجزء المتبقي إلى خمسة أجزاء متطابقة (يكفي تقديم مثال واحد للإجابة).

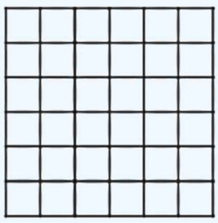


(10) اشترى مزارع ثلاث بقرات. الآن، في كل يوم يحصل على:

- **من البقرة الأولى:** لترين من الحليب.
- **من البقرة الثانية:** نصف كمية الحليب التي يحصل عليها من البقرة الثالثة **بالإضافة إلى** نفس الكمية التي يحصل عليها من البقرة الأولى.
- **من البقرة الثالثة:** نصف إجمالي كمية الحليب التي يحصل عليها من الأبقار الثلاث.

فكم لترًا من الحليب يحصل عليه المزارع السعيد يوميًّا من البقرات الثلاث؟

(11) قم بتلوين ستة مربعات من الجدول التالي باللون الأسود بحيث يكون من المستحيل قطع أي شريط أبيض من النوع 6×1 أو رباعي أبيض من النوع 3×3 بعد التلوين.



(12) في الشكل المقابل عملية جمع لثلاثة أعداد. يشير كل حرف إلى أحد الأرقام من 0 إلى 9 ويرمز لنفس الرقم في كل مرة يظهر فيها. الأحرف المختلفة ترمز لأرقام مختلفة. لا يوجد عدد رقم خانته اليسرى 0.

أوجد جميع القيم الممكنة لناتج الجمع.

$$\begin{array}{r} J\ M\ O \\ J\ M\ O \\ +\ J\ M\ O \\ \hline I\ M\ O \end{array}$$

نظام المعادلات الخطية الآنية

الصورة العامة لمعادلتين خطيتين في مجهولين هي:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}.$$

حيث إنّ $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ أعداد حقيقة.

وهما معادلتان من الدرجة الأولى في متغيرين. وتمثل في المستوى الإحداثي خطين مستقيمين ويكون حل النظام هو إيجاد نقاط التقاطع المشتركة بين المستقيمين (لأنها تمثل حل لكلتي المعادلتين).

ولحذف أحد المتغيرات لحل النظام نستخدم:

(i) العمليات على المعادلات المعتادة.

(ii) طريقة التعويض.

وفي كثير من الأحيان تكون الطريقة (i) أكثر فاعلية.

- عندما

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

إذن المستقيمان متقاطعان في نقطة واحدة بالتالي النظام له حل وحيد وهو:

$$x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad , \quad y = \frac{a_1c_2 - a_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

- عندما

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

فإن المستقيمين منطبقان وبالتالي جميع نقاطهما مشتركة، ولذلك النظام له عدد لانهائي من الحلول.

- عندما

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

فإن المستقيمين متوازيان ولا يوجد بينهما نقاط تقاطع بالتالي النظام غير متناسق، أي ليس له حل.

مثال:

أوجد عدد الحلول لكل نظام مما يأتي:

$$(a)\begin{cases}5x+2y=4\\7x+5y=1\end{cases}\qquad (b)\begin{cases}4x+3y=3\\8x+6y=7\end{cases}$$

الحل:

(a) حل وحيد لأن:

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{5}{7}\neq\frac{b_1}{b_2}=\frac{2}{5}$$

(b) لا يوجد حل لأن:

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{4}{8}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{3}{6}\neq\frac{c_1}{c_2}=\frac{3}{7}$$

تدريبات:

(1) أوجد عدد حلول النظام التالي:

$$\begin{cases}x+5y=3\\2x+10y=6\end{cases}$$

(2) حل كل من أنظمة المعادلتين:

$$(a)\begin{cases}x+y=13\\x-y=7\end{cases}\qquad (b)\begin{cases}2x+y=9\\x+4y=8\end{cases}$$

$$(c)\begin{cases}x+y=14\\x-y=2\end{cases}\qquad (d)\begin{cases}2x-y=6\\x+4y=21\end{cases}$$

(3) عددان مجموعهما 42 والفرق بينهما 8 فما هما العددان؟

(4) في وقتٍ ما لاحظت ريما أن ساعتَها الرقمية تُظهر أن الوقت هو a دقيقة بعد الساعة الثانية تمامًا.

وبعد 15 دقيقة، أظهرت الساعة أنها b دقيقة بعد الساعة الثالثة تمامًا.

أدهشها أن قيمة a تساوي ستة أضعاف b.

فما الوقت الذي كانت تنظر فيه إلى ساعتِها في المرة الثانية؟

أسئلة التحدي (2):

(1) حل نظام المعادلتين:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{b} = 6 \\ \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} = 14 \end{cases}$$

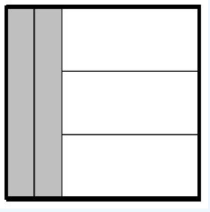
(2) حل نظام المعادلات:

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ y + z = 4 \\ z + x = 6 \end{cases}$$

(3) اعط مثالاً لكسرين الفرق بينهما يساوي حاصل ضربهما.

(4) الشكل المقابل عبارة عن مربع مكون من خمس مستطيلات لها نفس المحيط.

ما النسبة بين مساحة أحد المستطيلات المظللة إلى مساحة أحد المستطيلات غير المظللة؟



(5) نريد تقسيم مبلغ من المال بالتساوي بين مجموعة من الأطفال. إذا حصل كل طفل على 60 هللة فسيتبقى 2.10 ريال، بينما إذا كان هناك 20 هللة أكثر من هذا المبلغ فسيكون هناك ما يكفي لكي يحصل كل طفل على 70 هللة. كم عدد الأطفال في المجموعة؟

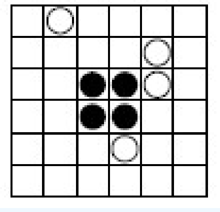
(6) العدد 3600 يمكن كتابته على الصورة $2^a \times 3^b \times 4^c \times 5^d$ حيث a, b, c, d أعداد صحيحة موجبة.

إذا علمت أن $a + b + c + d = 7$. فما قيمة c ؟

(7) لدينا العدد 12345123451234512345. إذا كان بإمكانك إزالة عشر خانات، ما أكبر عدد يمكنك الحصول عليه؟

(8) قم بقطع الشكل المرفق إلى أربعة أجزاء متطابقة (سواء في الشكل أو المساحة)

بحيث يحتوي كل جزء على دائرة سوداء واحدة وكذلك دائرة بيضاء واحدة.



(9) لدى أخي أربعة أطفال. تبلغ أعمارهم 5 و8 و 13 و 15 سنة. أسماؤهم (بدون ترتيب) هي محمد ورجاء ونجاح ونور. إحدى البنات في رياض الأطفال، ورجاء أكبر من محمد، ومجموع عمري رجاء ونور يقبل القسمة على ثلاثة.

هل نور ولد أم بنت؟

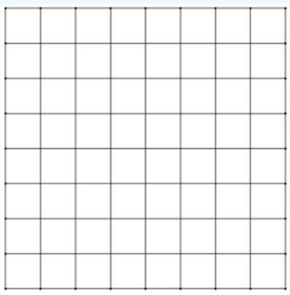
(10) هناك مئة شخص يعيشون على جزيرة. إذا علمت أن بعضهم كاذبون والباقون يقولون الصدق دائمًا، وأن كل ساكن للجزيرة لديه فصل مفضل من السنة. سئل كل ساكن أربعة أسئلة:

- هل تحب الشتاء؟
- هل تحب الربيع؟
- هل تحب الصيف؟
- هل تحب الخريف؟

كانت هناك 25 إجابة إيجابية (أي بنعم) على السؤال الأول، وكذلك 25 إجابة على السؤال الثاني، و 45 إجابة على السؤال الثالث، و 55 إجابة على السؤال الرابع.

كم عدد الكذابين في الجزيرة؟

(11) لدينا الجدول التالي من النوع 8×8 مقسم ل 64 مربع صغير.



هل يمكنك تلوين 17 مربع صغير باللون الأسود بحيث لا يشترك أي مربعين منها في ضلع أو حتى رأس؟

النسبة المئوية

هي ببساطة نسبة الجزء إلى الكل حيث إن الكل يساوي 100.

وتكتب 100 من أصل 54 تعني 54%مثلاً

$$\frac{54}{100}$$

وتعطى بالعلاقة:

$$\frac{a}{b}=\frac{x}{100}$$

حيث a تمثل $x\%$ من b.

فمثلاً لتحويل 3 من أصل 16 إلى نسبة مئوية نستخدم:

$$\frac{3}{16}=\frac{x}{100}$$

وبضرب الطرفين في الوسطين، وبالتبسيط نحصل على:

$$x=18\frac{3}{4}$$

ونقول إن 3 تمثل 18,75% من 16

- إذا زاد العدد x بمقدار $k\%$ فإن مقدار العدد بعد الزيادة يعطي بالعلاقة:

$$x\cdot\left(1+\frac{k}{100}\right)$$

- إذا نقص العدد x بمقدار $k\%$ فإن مقدار العدد بعد النقصان يعطي بالعلاقة:

$$x\cdot\left(1-\frac{k}{100}\right)$$

مثال:

عندما ينقص عدد بنسبة 40%، يكون الناتج 36. ما هو العدد الأصلي؟

الحل:

لنفرض أن العدد هو x. لدينا:

$$x\left(1-\frac{40}{100}\right)=36$$
$$\Rightarrow \frac{6}{10}x=36$$
$$\Rightarrow x=60$$

إذن، العدد الأصلي هو 60.

تدريبات:

(1) لكل $x, y, z \neq 0$ ، أوجد قيمة k بحيث:

$$\frac{7}{x+y} = \frac{k}{x+z} = \frac{11}{z-y}$$

(2) أوجد قيمة $a, b, c \in N$ والتي تحقق:

$$\frac{a+1}{3} = \frac{b+2}{2} = \frac{8}{c+3}$$

(3) إذا كانت 120% من عدد ما هي 36 . فما هو هذا العدد؟

(4) ما هي نسبة التخفيض لسلعة إذا تحول سعرها من 2890 ريـالاً إلى 2023 ريـالاً؟

(5) إذا أحضرت نورا 60 قطعة من البسكويت إلى المدرسة. فأعطت معلماتها 40% من البسكويت وَ 25%من المتبقي لصديقاتها، وأكلت ثلث ما تبقى. فكم قطعة بسكويت متبقية؟

(6) إذا كانت النسبة بين قياس زوايا الخماسي الداخلية هي: $2:3:4:5:6$ فما قياس الزاوية الكبرى؟

(7) إذا كان b أكبر من a بمقدار 5% وَ b أقل من c بمقدار 15% . ما هي النسبة بين a إلى c ؟

(8) مستطيل تم زيادة طوله بمقدار 50% وفي عرضه 20% . ما هي نسبة الزيادة في مساحته؟

(9) في كل يوم 20% من السمك يباع في سوق السمك، إذا بقي 2000 سمكة في السوق عند نهاية يوم الثلاثاء، كم كان عدد السمك عند بداية يوم الاثنين؟

(10) إذا كان t يساوي 25% من u ما هي نسبة $4t$ إلى $2u$ ؟

(11) إذا كان

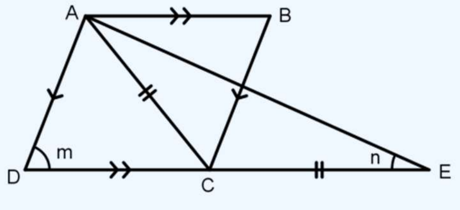
$$yz : zx : xy = 1:2:3 \qquad and \qquad \frac{x}{yz} : \frac{y}{zx} = 1:k$$

فأوجد قيمة k.

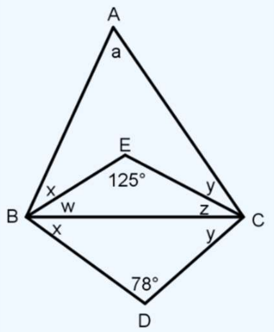
الوحدة الثانية: الهندســـة

تدريبات مراجعة

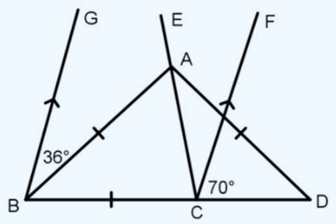
(1) على الشكل المجاور $ABCD$ معين، ACE مثلث متطابق الضلعين فيه $AC = CE$ و D, E, C تقع على استقامة واحدة. إذا كانت $\angle AEC = n$, $\angle ADC = m$. كوّن معادلة تحوي m, n



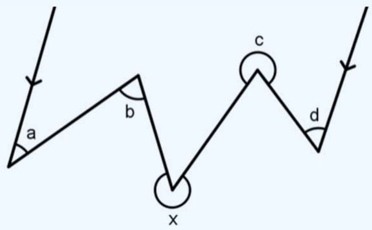
(2) على الشكل المجاور: $ABDC$ شكل رباعي. النقطة E تقع داخله بحيث $\angle ABE = \angle DBC = x$ $\angle ACE = \angle DCB = y$ ، إذا كانت $\angle BEC = 125°, \angle BDC = 78°$ أوجد $\angle A$



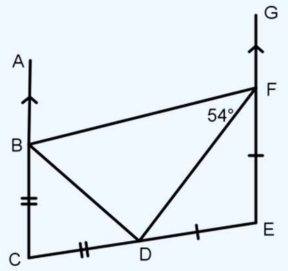
(3) على الشكل المجاور: إذا كان $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AD}$ باستخدام المعطيات الموضحة أوجد قياس $\angle EAD$.



(4) على الشكل المجاور: عبر عن قيمة x بدلالة a, b, c, d



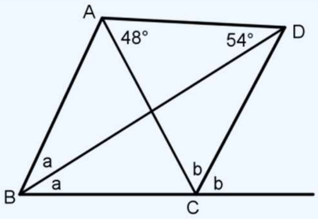
(5) على الشكل المجاور $AC \parallel GE$, $\overline{BC} = \overline{CD}, \overline{DE} = \overline{EF}$. إذا كانت $\angle BFD = 54°$. فأوجد قياس $\angle DBF$.



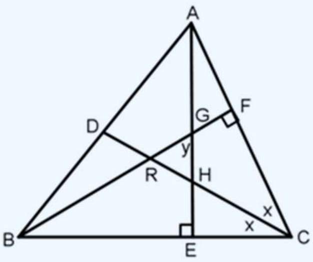
(6) على الشكل المجاور: مستخدما المعطيات الموضحة

(a) عبر عن الزاويتين $\angle BAC, \angle BDC$ بدلالة a, b.

(b) إذا كانت $a = \frac{2}{3}b$ فأوجد a, b.



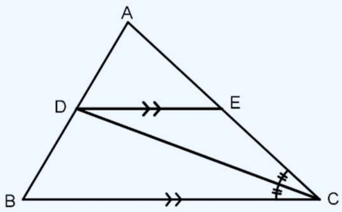
(7) على الشكل المجاور وباستخدام المعطيات الموضحة كون معادلة تحوي x, y



(8) على الشكل المجاور: CD ينصف $\angle ACB$ ،

$DE \parallel BC$ ، $\angle B = 70°$ ، $\angle ACB = 40°$ ،

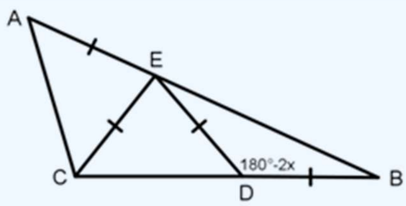
أوجد قياس كل من $\angle EDC, \angle BDC$.



(9) على الشكل ΔABC فيه E, D تقعان على $\overline{AB}, \overline{BC}$ على الترتيب، بحيث

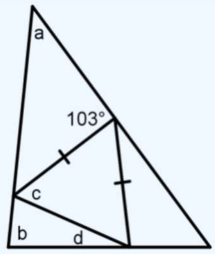
$\overline{AE} = \overline{EC} = \overline{DE} = \overline{DB}$ إذا كانت $\angle EDB = 180° - 2x$

فأوجد قياس $\angle ACE$ بدلالة x



(10) على الشكل المجاور:

إذا كان $a = \frac{2}{3}c = \frac{1}{2}b = 3d$ فأوجد a, b, c, d .



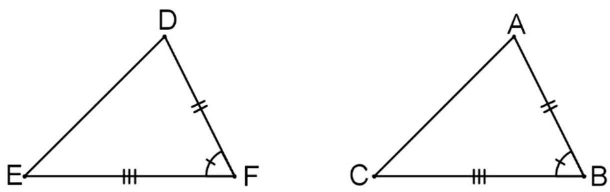
تطابق المثلثات

لو رسمنا مثلثين أطوال أضلاع الأول منهما على سبيل المثال 4,5,7 ثم رسمنا المثلث الثاني بنفس الأطوال على ورقة شفافة، لو الورقة الشفافة التي تحوي المثلث الثاني على الورقة التي تحوي المثلث الأول سنلاحظ انطباق المثلثين وسنلاحظ أيضا أن الزوايا المتناظرة تتساوي في قياسها، هذا ما نطلق عليه تطابق المثلثين وما ذكرناه هنا هو حالة من حالات التطابق، ولعلنا الآن نبدأ في الحديث بالتفصيل عن حالات التطابق.

حالات تطابق المثلثين:

الحالة الأولى:

يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر، وسنطلق على هذه الحالة الاختصار (SAS).



في المثلثين: $\triangle ABC, \triangle DFE$ ، إذا كان:

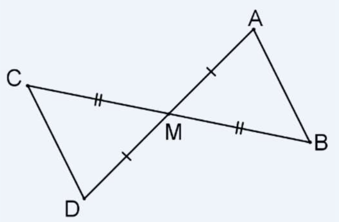
$$\{AB = DF\ BC = FE\ \angle B \cong \angle F$$

فإن $\triangle ABC \cong \triangle DFE\ (SAS)$

وينتج أن:

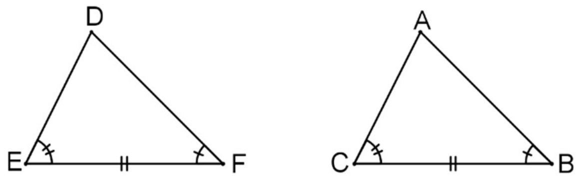
$$\{AC = DE\ \angle A \cong \angle D\ \angle C \cong \angle E$$

تدريب (1):

على الشكل M منتصف القطعة AD وكذلك منتصف القطعة BC أثبت أن: أولاً: $AB = CD$ ثانياً: $AB \parallel CD$	. 

الحالة الثانية:

يتطابق المثلثان إذا تطابقت زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما في أحد المثلثين مع نظائرها في المثلث الآخر. وسنطلق على هذه الحالة الاختصار (ASA) .



في المثلثين ABC, DFE ، إذا كان:

$$\{CB = EF \ \angle C \cong \angle E \ \angle B \cong \angle F$$

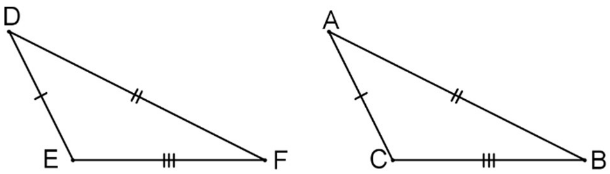
فإن $\triangle ABC \cong \triangle DFE(ASA)$

وينتج أن:

$$\{AB = DF \ AC = DE \ \angle A \cong \angle D$$

الحالة الثالثة:

يتطابق مثلثان إذا تطابق كل ضلع في أحد المثلثين مع نظيره في المثلث الآخر. وسنطلق على هذه الحالة الاختصار (SSS).



في المثلثين: ABC, DFE ، إذا كان:

$$\{AB = DF \ AC = DE \ BC = EF$$

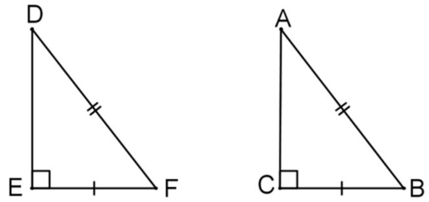
فإن $\triangle ABC \cong \triangle DFE(SSS)$

وينتج أن:

$$\{\angle A \cong \angle D \ \angle C \cong \angle E \ \angle B \cong \angle F$$

الحالة الرابعة:

يتطابق المثلثان قائما الزاوية إذا تطابق ضلع ووتر في أحدهما مع نظيريهما في المثلث الآخر. وسنطلق على هذه الحالة الاختصار (HS).



في المثلثين: ABC, DFE ، إذا كان:

$$\{AB = DF\ CB = EF\ m(\angle C) = m(\angle E) = 90°$$

فإن $\triangle ABC \cong \triangle DFE(HS)$

وينتج أن:

$$\{AC = DE\ \angle A \cong \angle D\ \angle B \cong \angle F$$

ملاحظات:

الضلعان المتطابقان في المثلث متطابق الضلعين يسمّيان الساقين، والضلع الثالث يسمى القاعدة. أما الزاويتان على القاعدة فتسمّيان زاويتا القاعدة وتسمى الزاوية المقابلة للقاعدة بزاوية الرأس للمثلث متطابق الساقين.

نظرية المثلث متطابق الساقين:

زاويتا القاعدة في المثلث المتطابق الساقين متطابقتين. وكذلك إذا تطابقت زاويتان في أي مثلث فإن الضلعين المقابلين لهما يتطابقان.

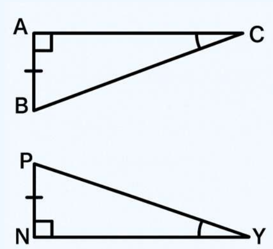
نتائج:

- المثلث متطابق الأضلاع هو أيضا مثلث متطابق الزوايا.
- قياس كل زاوية من زوايا المثلث متطابق الأضلاع = $60°$.
- منصف زاوية الراس في المثلث متطابق الساقين عمودي على القاعدة ويقطعها في المنتصف.
- المثلث متطابق الزوايا هو أيضا مثلث متطابق الأضلاع.

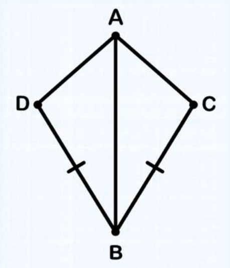
تدريبات :

على الأشكال التالية أوجد المثلث الذي يطابق ΔABC (إذا وجد) وحدد المسلمة التي استخدمتها

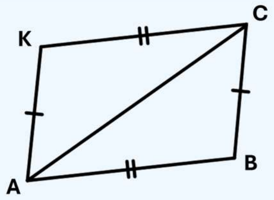
(1)



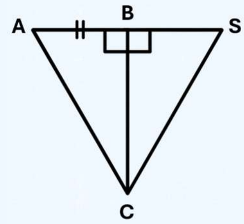
(2)



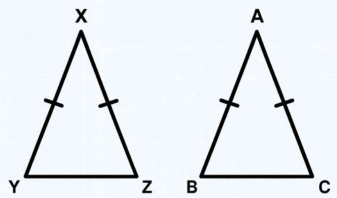
(3)



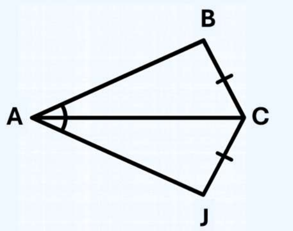
(4)



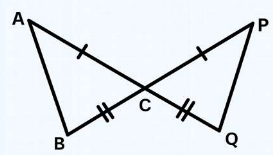
(5)



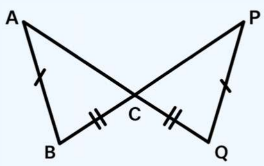
(6)



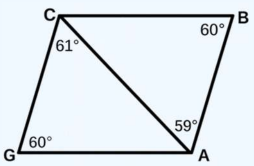
(7)



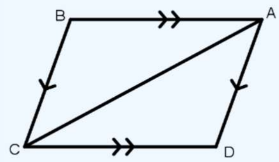
(8)



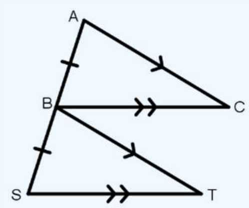
(9)



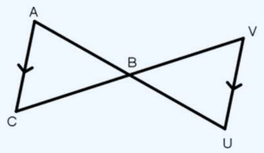
(10)



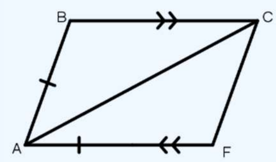
(11)



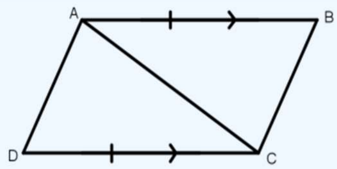
(12)



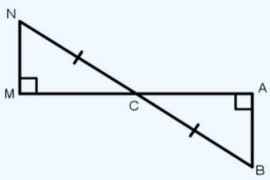
(13)



(14)



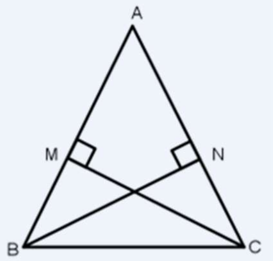
(15)



(16) على الشكل المجاور: إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ $\overline{AB} \perp \overline{CM}, \overline{AC} \perp \overline{BN}$ ،

وضح كيف تستطيع أن تثبت أن:

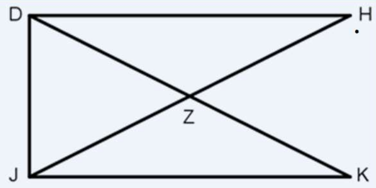
$\Delta ABN \cong \Delta ACM.$



(17)على الشكل المجاور: إذا كان:

$JH = DK, DH \perp DJ, JK \perp DJ$

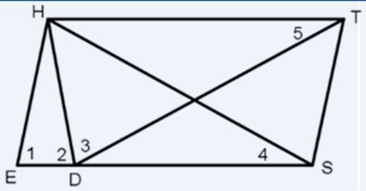
أثبت أن: $\angle H = \angle K$



(18) على الشكل المجاور إذا كان:

$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$، $ES = DT$

أثبت أن:$\angle 4 \cong \angle 5$.

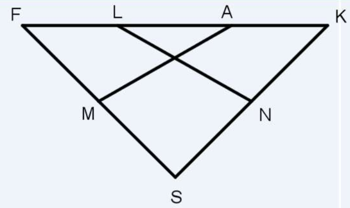


(19) على الشكل المجاور إذا كان: $FL = AK, SF = SK$

M ، منتصف SF

N ، منتصف SK

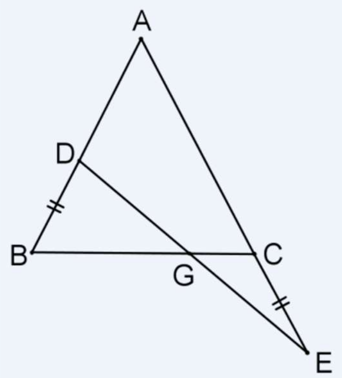
أثبت أن: $AM = LN$.



(20) على الشكل $\triangle ABC$ فيه $AB = AC$،

وتقع النقطة Dعلى AB، والنقطة E تقع على امتداد AC بحيث $BD = CE$،

فإذا كان DE يقطع BC في G. فأثبت أن: $DG = GE$.



الوحدة الثالثة: نظرية الاعداد

الأعداد الصحيحة الزوجية والفردية

يمكن تقسيم الأعداد الصحيحة لنوعين من الأعداد، أعداد تقبل القسمة على 2 وتسمى أعداد زوجية، أما بقية الأعداد التي لا تقبل القسمة على 2 فتسمى أعداد فردية.

يمكن كتابة العدد الصحيح الزوجي على صورة $2n$حيث n عدد صحيح،

كما يمكن كتابة العدد الصحيح الفردي على صورة $2n + 1$حيث n عدد صحيح.

العدد الصحيح إما أن يكون زوجياً أو فردياً ولا يمكن أن يكون كلاهما.

بعض الخواص الأخرى:

(1) فردي ≠ زوجي.

(2) فردي + زوجي = زوجي + فردي = فردي ، فردي - زوجي = زوجي - فردي = فردي.

(3) زوجي± زوجي = زوجي ، فردي ± فردي = زوجي.

(4) إذا كان ناتج ضرب عددين صحيحين زوجيًا فإن أحدهما على الأقل زوجي.

(5) ناتج ضرب عددين صحيحين متتاليين يجب أن يكون زوجي.

(6) إذا كان مجموع (أو فرق) أعداد صحيحة فرديًا، فإن عدد الأعداد الفردية في تلك الأعداد فرديًا.

(7) إذا كان مجموع (أو فرق) أعداد صحيحة زوجيًا، فإن عدد الأعداد الفردية في تلك الأعداد زوجي.

(8) إذا كان ناتج ضرب أعداد صحيحة فرديًا، فإن جميع تلك الأعداد يجب أن يكون فردية.

(9) إذا كان ناتج ضرب أعداد صحيحة زوجيًا، فإن عدد على الأقل من تلك الأعداد يجب أن يكون زوجيًا.

مثال 1:

حدد أي الأعداد التالية زوجي وايها فردي: $102, 203, 519, 3340, 70015, 87654$ وأوجد نمطاً للأعداد الفردية والزوجية.

الحل:

العدد 102 عدد زوجي لأنه يمكن كتابته على صورة العدد الزوجي $102 = 2(51)$.

203 فردي لأنه يمكن كتابته على صورة العدد الفردي $203 = 2(101) + 1$.

$519 = 2(259) + 1$ إذا هو عدد فردي.

$3340 = 2(1670)$إذا هو عدد زوجي.

$70015 = 2(35007) + 1$ إذا هو عدد ....

$87654 = 2(43827)$إذا هو عدد ....

إذا كانت خانة الآحاد للعدد هي 1,3,5,7,9 فإنه عدد ....

إذا كانت خانة الآحاد للعدد هي 0,2,4,6,8فإنه عدد ....

مثال 2:

إذا جمعنا عددين زوجيين، فإن الناتج عدد:

(a) زوجي. (b) فردي.

الحل:

(a) بما أن العددين زوجيين، فإن خانة الآحاد لكليهما هي 0,2,4,6,8 إذا عند جمع هذين العددين، فإن خانة الآحاد للمجموع أيضا ستكون أحد الأعداد 0,2,4,6,8.

بالمثل هل تستطيع أن تحدد ما يلي:

إذا جمعنا عددين فرديين، فإن الناتج عدد:

(a) زوجي. (b) فردي.

إذا جمعنا عدد فردي وزوجي، فإن الناتج عدد:

(a) زوجي. (b) فردي.

مثال3 :

إذا اخترنا ثلاثة أعداد صحيحة عشوائياً a, b, c ، فإن الأعداد التالية:

$\frac{c+a}{2}, \frac{b+c}{2}, \frac{a+b}{2}$:

(a) كلها ليست صحيحة. (b) أحدها على الأقل صحيح.

(c) اثنان منها على الأقل صحيحان. (d)كلها صحيحة.

الحل:

(b) أحدها على الأقل صحيح.

وذلك لأن هناك حالتان:

الأولى: الأعداد a, b, c كلها من نفس النوع(كلها زوجية، أو كلها فردية)، وفي تلك الحالة مجموع أي اثنين منهم سيكون زوجيًا

وبالتالي الأعداد الثلاثة $\frac{c+a}{2}, \frac{b+c}{2}, \frac{a+b}{2}$ ستكون كلها صحيحة.

الثانية: الأعداد a, b, c ليست كلها من نفس النوع، وبالتالي يوجد اثنان منها من نوع والثالث من نوع آخر (عددان فرديان والثالث زوجي، أو العكس)، وبهذا يكون مجموع العدين من نفس النوع زوجيًا، ومجموع العدد الثالث مع أي منهما فرديًا،

وبالتالي الأعداد الثلاثة التالية$\frac{c+a}{2}, \frac{b+c}{2}, \frac{a+b}{2}$سيكون أحدها فقط صحيحًا.

مثال 4:

إذا علمت أن مجموع 100 عدد صحيح موجب هو 10000 وأن عدد الأعداد الفردية فيها أكثر من عدد الأعداد الزوجية، أوجد أكبر عدد ممكن للأعداد الزوجية.

الحل:

بفرض أن عدد الأعداد الزوجية هو x، عدد الأعداد الفردية y حيث $x < y$ وبإضافة x للطرفين نحصل على $2x < x + y$ ومنها $2x < 100$ ومنها $x < 50$.

إذا جعلنا أكبر عدد ممكن للأعداد الزوجية هو 49 وقطعاً سيكون مجموعها زوجيًا، فيكون عدد الأعداد الفردية 51 ويكون مجموعها فرديًا، فيصبح مجموع الـ 100 عدد عددًا فرديًا وهذا يناقض أن يكون 10000.

عندما عدد الأعداد الزوجية هو 48 سيكون عدد الأعداد الفردية 52 يكفينا أن نثبت تحققه كالتالي:

$$\underbrace{1 + 1 + \ldots + 1}_{52time} + \underbrace{2 + 2 + \ldots + 2}_{47time} + 9854 = 10000$$

(أو أي طريقة أخرى). وبالتالي أكبر عدد ممكن للأعداد الزوجية هو 48.

مثال5:

لدينا n عدداً $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ كل منها إما 1 أو -1. فإذا كان:

$$x_1x_2 + x_2x_3 + \ldots + x_{n-1}x_n + x_nx_1 = 0$$

ماذا يمكن أن يقال عن n ؟

(a) زوجية. (b) فردية. (c) مضاعف للعدد 4. (d) لا يمكن التحديد.

الحل:

(c) مضاعف للعدد 4.

يحتوي المجموع:

$$x_1x_2 + x_2x_3 + \ldots + x_{n-1}x_n + x_nx_1$$

على n من الحدود كل منها إما 1 أو -1. وبهذا يجب أن يكون n عدداً زوجياً. أي $n = 2k$ حيث k عدد صحيح موجب.

من الواضح أن k من الأعداد $x_1x_2, x_2x_3, \ldots, x_{n-1}x_n, x_nx_1$ قيمة كل منها 1، وأن k منها قيمة كل منها -1.

ومن ناحية أخرى لدينا $(x_1x_2).(x_2x_3), \ldots .(x_nx_1) = x_1^2x_2^2 \ldots .x_n^2 = 1$.

إذن $(-1)^k(1)^k = 1$ وبهذا يكون k عدداً زوجياً. ومن ثم $n = 2k = 4m$ حيث m عدد صحيح موجب.

لاحظ أن العكس صحيح أيضاً. أي لكل عدد صحيح n حيث $n = 4m$ يوجد أعداد صحيحة $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ تحقق $x_1x_2 + x_2x_3 + \ldots + x_{n-1}x_n + x_nx_1 = 0$.

على سبيل المثال ضع:

$$x_1 = x_4 = x_5 = x_8 = \ldots\ldots = x_{4m-3} = x_{4m} = 1،$$

$$x_2 = x_3 = x_6 = x_7 = \ldots\ldots = x_{4m-2} = x_{4m-1} = -1.$$

تدريبات:

(1) أوجد نوع العدد الصحيح $\frac{12214509875435678863334542149382}{2}$ بدون إيجاد قيمة العدد نفسه مع التوضيح.

(2) لدينا 50 كتاب نريد أن نضعهم في 5 صناديق، هل يمكننا أن نفعل ذلك بحيث يكون في كل صندوق عدد فردي من الكتب؟ وضح إجابتك!

(3) إذا علمت أن a, b عددان صحيحان متتاليان، $c = ab$ $N^2 = a^2 + b^2 + c^2$ ،. حدد نوع العدد N من حيث كونه زوجياً أو فردياً مع التوضيح.

(4) تحدي: في هذا النمط من الأعداد .... ,1,2,5,13,34,89 ، إذا أخذت أي ثلاث حدود متتالية وجمعت الأول والثالث تجد الناتج ثلاثة أمثال الثاني

(مثلاً لو أخذنا 1,2,5 نجد $3(2) = 1 + 5$ ، لو أخذنا 2,5,13 نجد $3(5) = 13 + 2$ وهكذا). السؤال ما نوع العدد الذي ترتيبه 2003 (من حيث كونه زوجياً أم فردياً)؟

(5) معطى ثلاثة أعداد صحيحة x, y, z اثنان منها فردي والثالث زوجي.

أثبت أن العدد

$$(x + 1)(y + 2)(z + 3)$$

يجب أن يكون زوجياً.

(6) إذا كان يمكنك إضافة علامة واحدة من "+" أو "-" بين أي عددين متتاليين في القائمة:

$$1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad \ldots\ldots \quad 2017$$

هل الناتج سيكون فردياً أم زوجياً؟

(7)

(a) لدينا العبارة:

$1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 = 0.$

هل من الممكن استبدال النجوم بعلامات $-, +$ لتصبح العبارة صحيحة .

(b) نفس السؤال للعبارة

$1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 = 0$.

(8) في مسابقة للشطرنج كل لاعب سيلعب 20 مباراة. المباراة التي سيكسبها اللاعب يسجل له 3 نقاط، والمباراة التي يتعادل فيها يسجل له نقطة واحدة، والمباراة التي يخسرها تخصم منه نقطة. السؤال هل من الممكن أن يحصل لاعب على 39 نقطة؟ مع التعليل؟

(9)

(a) يوجد 10 سلات موضوعة على دائرة. هل من الممكن وضع برتقالات في كل سلة بحيث الفرق بين عدد البرتقال في كل سلتين متجاورتين هو 1؟

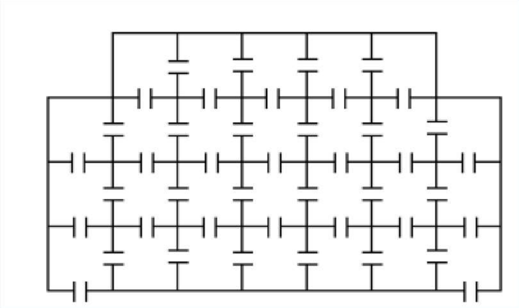
(b) ماذا إذا كان هناك 9 سلات؟ برر إجابتك في كل حالة.

(10) دودة تتحرك على خط مستقيم يمكنها أن تقفز في كل قفزة 6 أو8 سنتيمتر في أحد الاتجاهين (يمين أو يسار). هل يمكنها الوصول إلى نقطة تبعد عن موضعها الأصلي:

$(a)1.5$ سم $(b)7$ سم $(c)4$ سم.

(11) تحدي: كيف يمكنك ترتيب الأعداد العشرة 1,1,2,2,3,3,4,4,5,5 في صف بحيث يوجد عدد واحد بين العددين 1,1، عددين بين العددين 2,2، ثلاثة أعداد بين العددين 3,3، أربعة أعداد بين العددين 4,4، وخمسة أعداد بين 5,5؟

(12) تحدي: كيف يمكنك زيارة ال 26 غرفة كل غرفة مرة واحدة فقط دون أن تكرر المرور على إحدى الغرف؟



الوحدة الرابعة: التركيبـــــات

مبادئ العد

أولا: مبدأي العد الأساسيين

لنبدأ بهذا المثال البسيط جدا.

مثال:

ذهب محمد وعلي إلى محل بيع الملابس الرياضية الذي يبيع أربعة أنواع مختلفة من الأحذية وسبعة أنواع مختلفة من القفازات الرياضية. لدى محمد من المال ما يكفي لشراء حذاء واحد وقفاز واحد ولدى علي من المال يكفي لشراء حذاء فقط أو قفاز فقط. السؤال:

A) بكم طريقة مختلفة يمكن لمحمد شراء حذاء وقفاز؟

B) بكم طريقة مختلفة يمكن لعلي شراء حذاء أو قفاز وليس كليهما معاً؟

الحل:

$4 \times 7 = 28$ (A

$4 + 7 = 11$ (B

كثير من مسائل العد يستخدم فيها أحد هذين المبدأين ولذلك تم تسميتهم مبدأي العد الأساسيين. هيا لنتعرف عليهما ونرى الطرق الإبداعية لتطبيقهما في مسائل العد.

مبدأ الضرب: إذا كانت الحادثة A تحدث بـــ m طريقة مختلفة والحادثة B تحدث بـــ n طريقة مختلفة، وكان الحدثان مستقلين، فإن الحدثين يمكن أن يتما معاً بـــ $m \cdot n$ طريقة.

أمثلة:

(1) بكم طريقة نستطيع ترتيب 5 كتب مختلفة على رف؟

الحل:

المكان الأول	المكان الثاني	المكان الثالث	المكان الرابع	المكان الخامس
5 طرق	4 طرق	3 طرق	2 طرق	طريقة واحدة

عند اختيار كتاب لوضعه في المكان الأول في بداية الرف سيكون لدينا 5 طرق لأننا نملك 5 كتب مختلفة، وبعدما نختار كتاباً منهم ونضعه في المكان الأول، سيكون لدينا 4 طرق لاختيار الكتاب الذي سنضعه في المكان الثاني، لأن عدد الكتب نقص بعد وضع واحد منهم في المكان الأول، وبنفس الطريقة سنحسب عدد الطرق لكل مكان من الأماكن الخمسة ثم نستخدم مبدأ الضرب لإيجاد عدد طرق الترتيب، فيكون عدد الطرق = $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$ وهذا يساوي 120 طريقة

(2) بكم طريقة يمكن أن نختار 4 بطاقات مختلفة في اللون ومختلفة في القيمة (العدد المكتوب عليها)، إذا كان لدينا 52 بطاقة مقسمة إلى 4 ألوان، وبطاقات كل لون مرقمة بالأعداد من 1 إلى 13 ؟

الحل:

المطلوب أن نسحب بطاقة من كل لون تحمل عدد مختلف عن بطاقات الألوان الأخرى

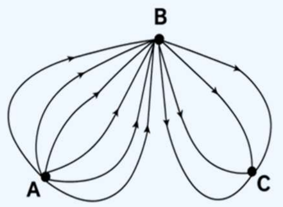
اللون الأول	اللون الثاني	اللون الثالث	اللون الرابع
13	12	11	10

لدينا 13 طريقة لاختيار بطاقة من اللون الأول، وعند اختيار بطاقة من اللون الثاني يجب أن نستبعد البطاقة التي تحمل نفس العدد الموجود على البطاقة الأولى وبالتالي سيقل عدد الطرق فيصبح 12 طريقة وبنفس الطريقة يكون لدينا 11 طريقة لاختيار بطاقة اللون الثالث و 10 طرق لاختيار بطاقة اللون الرابع، ثم نستخدم مبدأ الضرب لإيجاد عدد الطرق،

فيكون عدد الطرق = $13 \times 12 \times 11 \times 10$

تدريبات:

(1) توجد ثلاث قرى A, B, C في دولة، يمكن الانتقال من القرية A إلى القرية B بـ6 طرق، والانتقال من القرية B إلى القرية C بأربع طرق للذهاب، كما في الشكل. بكم طريقة مختلفة يمكن الانتقال من A إلى C؟



(2) كم عدد الأعداد الطبيعية المكونة من ثلاث خانات؟

(3) بكم طريقة يمكن ترتيب 5 طلاب في صف بحيث يتم اختيارهم من 8 طلاب؟

(4) بكم طريقة يمكن الدخول لمجمع من باب والخروج من باب آخر إذا علمت أن المجمع له عشرة أبواب؟

(5) نريد أن نرتب 4 بنات و5 أمهات في صف بشرط أن تبقى البنات بجانب بعضهن البعض، بكم طريقة يمكن عمل ذلك؟

مبدأ الجمع: إذا كانت الحادثة A تحدث بـــ m طريقة مختلفة والحادثة B تحدث بـــ n طريقة مختلفة، وكان الحدثان متنافيين، فإن حدوث الحادثة A أو B سيكون بـــ $m + n$ طريقة مختلفة.

نستخدم هذا المبدأ في حال كان حل السؤال يتطلب تقسيم المسألة لعدة حالات متنافية كما في المثال السابق.

مثال:

(1) إذا كان لدينا 5 كتب مختلفة في رف. بكم طريقة نستطيع أن نرتب بعض (أو كل) الكتب في مجموعة مرتبة؟ من الكتب حيث من الممكن أن تحتوي المجموعة المرتبة (كتاب واحد فقط) أو أكثر

الحل:

لدينا عدة حالات:

الحالة الأولى: المجموعة المرتبة مكونة من كتاب واحد، فيكون عدد الطرق = 5 طرق

الحالة الثانية: المجموعة مكونة من كتابين، فيكون عدد الطرق = $5 \times 4 = 20$ طريقة

الحالة الثالثة: المجموعة مكونة من ثلاثة كتب، فيكون عدد الطرق = $3 \times 4 \times 5 = 60$ طريقة

الحالة الرابعة: المجموعة مكونة من أربعة كتب، فيكون عدد الطرق = $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ طريقة

الحالة الخامسة: المجموعة مكون من خمسة كتب، فيكون عدد الطرق = $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ طريقة

باستخدام مبدأ الجمع بين الحالات، يكون عدد الطرق = $120 + 120 + 60 + 20 + 5$ يساوي 325 طريقة

تدريبات:

(6) بكم طريقة يمكننا اختيار قلم أو دفتر من مجموعة تحوي 10 دفاتر مختلفة و 7 أقلام مختلفة.

(7) تملك سلمى 5 ألوان مختلفة من كاسات الشاي و3 ألوان مختلفة من أطباق التقديم و4 ألوان مختلفة من ملاعق الشاي. بكم طريقة مختلفة يمكنها أن تختار قطعتين من نوعين مختلفين من الأواني؟

(8) يوجد في صف أول ابتدائي 12 بنت تبدأ أسماء ثلاث منهن بحرف الألف. بكم طريقة يمكن ترتيب 4 بنات منهن في صف بشرط أن واحدة فقط من البنات يبدأ اسمها بحرف الألف؟

(9) تحوي مدرسة المواهب ثلاثة فصول، يتكون الفصل الأول من 20 طالب ويتكون الفصل الثاني من 13 طالب ويتكون الفصل الثالث من 8 طلاب. بكم طريقة مختلفة يمكن اختيار الطالبين من فصلين مختلفين ليقوما معاً بإنجاز مهمة؟

(10) يمكن الانتقال من المدينة A إلى المدينة B باستخدام أحد طريقين بريين أو باستخدام أحد ثلاثة طرق جوية ويمكن الانتقال من المدينة B إلى المدينة C بأحد أربع طرق برية أو أحد خمس طرق جوية.

a) كم عدد طرق السفر من المدينة A إلى المدينة C مروراً بالمدينة B ؟

b) كم عدد طرق السفر من المدينة A إلى المدينة C مروراً بالمدينة B بشرط أن تستخدم طريقين جويين؟

c) كم عدد طرق السفر من المدينة A إلى المدينة C مروراً بالمدينة B بشرط أن تستخدم طريقين بريين؟

d) كم عدد طرق السفر من المدينة A إلى المدينة C مروراً بالمدينة B بشرط أن تستخدم طريق بري واحد وطريق جوي واحد؟

ثانيا: عدد الأعداد والأشرطة

- **عدد طبيعي من n خانة:** نقول إن العدد الطبيعي مكون من منزلة (خانة) واحدة أو أكثر إذا كانت أكبر خانة غير صفرية.

مثلا: العدد 2345 مكون من أربع منازل، ولكن لا نعتبر العدد 034 مكون من ثلاث منازل لأن الصفر في المنزلة الأكبر لا يعتد به، ويكتب العدد على الصورة 34 أي أن العدد مكون منزلتين فقط.

- **شريط من الأرقام:**

نقول إن الشريط مكون من منزلة أو أكثر بغض النظر عن أكبر منزلة هل هي صفر أم لا.

مثلا: كل مما يلي 01234 و00034 و12302 شريط مكون من خمس منازل.

- **الأعداد المتناظرة:**

نقول إن العدد الطبيعي متناظر إذا تحقق أن قراءة أرقام العدد من اليمين إلى اليسار مطابقة لقراءة أرقام العدد من اليسار إلى اليمين.

مثلاً: الأعداد 1234321 و919 و6 أعداد متناظرة، بينما العدد 2342 غير متناظر.

سوف يساعدنا مبدأي العد لحساب عدد الأعداد أو الأشرطة المطلوبة بطريقة مبسطة وعميقة. هيا لنبدأ رحلة الإبداع!

تدريبات:

(11) كم عدد صحيح موجب مكون من أربع خانات مختلفة؟

(12) كم عدد صحيح فردي موجب مكون من خمس خانات؟

(13) كم عدد ذو خانتين يمكن تكوينه من أرقام المجموعة $\{0,3,4,5,6,7,8,9\}$، بشرط أن يكون مجموع أرقامه فردياً؟

(14) كم عدد بين 0 و1000 يحوي الرقم 5 مره واحده فقط؟

(15) كم عدد يقبل القسمة على 3 وله 3 خانات مختلفة يمكن تكوينه من أرقام المجموعة $\{1,3,7,8,9\}$؟

(16) كم عدد الأشرطة ذات 10 منازل، والتي تتكون من واحدات وأصفار فقط بشرط أن تحوي بالضبط خمسة أصفار متجاورة؟

(17) كم عدد الأعداد ذات الخمس خانات، والتي تحقق أن مجموع منزلته الأولى ومنزلته الخامسة يساوي 5؟

(18) كم عدد الأعداد المكونة من ست منازل وكل منازلها من نفس النوعية (كلها زوجية أو كلها فردية)؟

(19) كم عدد صحيح موجب ذو 4 خانات، وله بالضبط خانه واحدة "1"، وبالضبط خانة واحدة "3"؟

(20) كم عدد الأعداد المكونة من 3 منازل لها على الأقل منزلة زوجية واحدة؟

(21) كم عدد مكون من أربع خانات بشرط عدم تجاور خانتان زوجيتان؟

(22) كم عدد صحيح موجب اقل من 1000 لا يحتوي الرقم 7؟

(23) كم عدد الأعداد الصحيحة الموجبة المكونة من خمس خانات مختلفة والتي تحقق أن الفرق الموجب بين أول خانة وآخر خانة يساوي 2؟

(24) عند كتابة الأعداد من 1 إلى 100 كم مرة سنكرر كتابة الرقم 6؟

(25) كم عدد متناظر له:

a) 6 خانات مكونة من الأعداد $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$.

b) 7 خانات مكونة من نفس الأعداد السابقة.

c) 5 خانات مكونة من الأعداد $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8\}$

ثالثا: عدد الكلمات

يمكن حساب عدد الكلمات الإنجليزية المكونة من n حرف باستخدام مبدأ الضرب بشكل مباشر (ليس بالضرورة أن يكون لها معنى).

مثال:

عدد الكلمات المتكونة من 4 أحرف يساوي

الحرف الرابع		الحرف الثالث		الحرف الثاني		الحرف الأول	
أي حرف		أي حرف		أي حرف		أي حرف	**عدد الكلمات**
26 طريقة	×	26 طريقة	×	26 طريقة	×	26 طريقة=	26^4

تدريبات:

(26) كم عدد الكلمات المكونة من 5 حروف مختلفة.

(27) كم عدد طرق ترتيب حروف كلمة $PRODUCT$ ؟

(28) كم عدد الكلمات المكونة من 6 أحرف بشرط أن يكون الحرف الأول والثالث والسادس مختلفة؟

(29) كم كلمة مكونة من 3 حروف يكون فيها حرف M مرة واحدة فقط؟

(30) كم كلمة مكونة من 3 حروف يكون فيها حرف M مرة واحدة على الأقل وممنوع تكرار أي حرف آخر؟

(31) كم كلمة مكونة من 3 حروف يكون فيها حرف M مرة واحدة على الأقل ومسموح بتكرار حرف آخر (قد يظهر حرف آخر مرتين)؟

(32) اخترع الفريق السعودي لأولمبياد الأمن السيبراني لغة خاصة بهم تتكون من أربعة حروف فقط. في لغتهم أطول كلمة تحتوي على الأكثر 6 أحرف. كم عدد كلمات هذه اللغة؟

(33) نعرف الكلمة الجيدة على أنها كلمة مكونة فقط من الحروف AوB وC (يمكن لأحد هذه الحروف أن لا تظهر في الكلمة بحيث لا يلي فيها مباشرة الحرف B الحرف A ولا الحرف C الحرف B ، ولا الحرف A الحرف C. كم عدد الكلمات الجيدة المكونة من 7 حروف؟

(34) كم عدد الكلمات المتناظرة المكونة من سبعة أحرف والتي لا تبدأ بحرف علة؟ حروف العلة هي (A,E,I,U,Y).

(35) كم عدد طرق كتابة الحروف الإنجليزية كلها في صف بشرط أن يوجد بالضبط خمسة أحرف بين الحرفين x و y ؟

حلـــــول التدريبات

Mawhiba موهبة NSMO نسمو وزارة التعليم Ministry of Education

حلول (الجبر)

المعادلات الخطية في متغير واحد:

تدريبات:

(1)

$$(a)x = 18, (b)x = 10, (c)x = 5, (d)x = 8$$

(2)

$$\frac{1}{7}(5x + 2) = 1$$

$5x + 2 = 7$ (نضرب الطرفين في 7)

$5x = 5$ (نطرح 2 من الطرفين)

$x = 1$ (نقسم على 5)

(3)

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{7}(5x - 1)\right] + 5 = 6$$

$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{7}(5x - 1)\right] = 1$ بطرح 5 من الطرفين

$\frac{1}{7}(5x - 1) = 2$ بضرب الطرفين في 2

$5x - 1 = 14$ بضرب الطرفين في 7

$5x = 15$ نضيف 1 للطرفين

$x = 3$ بقسمة الطرفين على 5

(4)

(a) ليكن العدد x.

$$\frac{7}{100}x = 56 \Rightarrow x = 56 \times \frac{100}{7} = 800$$

الإجابة: 800

(b) لتكن الأعداد $n, n+1, n+2, n+3$.

$$n + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 50 \Rightarrow 4n + 6 = 50 \Rightarrow n = 11$$

إذًا العدد الأكبر هو $n + 3 = 14$

الإجابة: 14

(c) ليكن العددان $2k$ و$3k$.

$$3k - 2k = k = 14 \Rightarrow k = 14 \Rightarrow (2k, 3k) = (28,42)$$

الإجابة: الأصغر 28.

(d) *ليكن الثمن الأصلي* P

السعر بعد الخصم:

$$\frac{65}{100}P$$

$$\Rightarrow \frac{65}{100}P = 1300 \Rightarrow P = 1300 \times \frac{100}{65} = 2000$$

الإجابة:2000 ريال.

(e) *ليكن سعر الشراء* C

سعر البيع

$$\frac{115}{100}C$$

$$\frac{115}{100}C = 46000 \Rightarrow C = 46000 \times \frac{100}{115} = 40000$$

الإجابة: 40000 ريال.

أسئلة التحدي (1):

(1)

افرض طول القطار x متراً. لأنه يأخذ 60 ثانية ليخرج من النفق الذي طوله 120 متراً من لحظة دخوله ومن ثم سرعة القطار الثابتة تساوي $\frac{120+}{60}$. بينما يأخذ 20 ثانية ليعبر كاملاً إشارة بنفس سرعته التي تساوي في هذه الحالة $\frac{x}{20}$. إذن:

$$\frac{120+x}{60}=\frac{x}{20}$$

والتي حلها $x = 60$. مما يعني أن طول القطار 60 متراً.

(2)

نفرض عدد الكرات الحمراء في البداية هو n وبالتالي عدد الكرات البيضاء في البداية هو $4n$. بعد استبدال 2 من الكرات البيضاء ب 7 من الكرات الحمراء أصبح عدد الكرات الحمراء الآن هو $(n+7)$ ، وعدد الكرات البيضاء هو $(4n-2)$ ، يمكننا تكوين المعادلة:

$$\frac{n+7}{4n-2}=\frac{2}{3}$$

والتي تكافئ $3n+21=8n-4$ والتي حلها $n=5$.

وبالتالي إجمالي عدد الكرات في البداية كان $n+4n=5n=25$،

وإجمالي عدد الكرات في النهاية هو $(n+7)+(4n-2)=5n+5=30$.

ومن ثم النسبة المطلوبة هي $30:25=6:5$.

(3)

لنجعل سنة الأساس هي السنة التي كان عمر ليلى 20 عاماً، نفرض بعد x سنة سيكون عمرها يساوي مجموع أعمار أطفالها الثلاثة. عندئذ سيكون عمر ليلى $x+20$ عاماً وعمر الطفل الأول x عاماً والثاني $x-2$ عاماً والثالث $x-4$،

وحينها يمكننا تكوين المعادلة:

$$x+20=x+x-2+x-4 \Rightarrow 26=2x \Rightarrow 13=x$$

وعندها سيكون عمر ليلى 33 عاماً.

(4)

بفرض أن هناك في البداية $3x$ تفاحة و $8x$ برتقالة في السلة. بعد سحب تفاحة واحدة أصبح عدد التفاح في السلة $3x-1$ بينما ظل عدد البرتقال $8x$. ويمكننا تكوين المعادلة:

$$\frac{3x-1}{8x}=\frac{1}{3}$$

والتي حلها $x=3$. ومنها عدد البرتقال في السلة يساوي 24.

(5)

مجموع الستة أعداد يساوي $4 \times 6 = 24$، مجموع السبعة أعداد يساوي $5 \times 7 = 35$.

العدد السابع يساوي $35 - 24 = 11$.

(6)

لأن 17 أقل من 20 ، و 481 أقل من 500، وحاصل ضرب 20 في 500 يساوي 10000. فإن سعر الكرات الفعلي أقل من 10000.

(7)

لا يمكن. إذا كان أحد العددين زوجي، فسيكون ناتج ضرب العددين زوجي وعندما نضربه في ناتج جمع العددين (أياً كان نوعه زوجي أم فردي) سيكون حاصل الضرب النهائي زوجي. بينما لو كان العددين فرديان فإن مجموعهما زوجي وحاصل ضربه في ناتج ضرب العددين سيكون زوجي. الخلاصة الناتج النهائي في كل الأحوال زوجي، بينما 20042401 فردي.

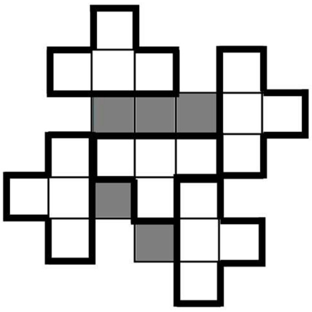
(8)

الحل وحيد كالتالي:

$$\begin{array}{cccc} & 9 & 8 & 3 \\ + & & 7 & 5 \\ & & & 4 \\ \hline 1 & 0 & 6 & 2 \end{array}$$

(9)

أحد الحلول الممكنة:



(10)

البقرة الثالثة تعطي نصف الحليب، وبالتالي تعطي البقرة الثانية ربع الحليب زائدًا 2 لتر، والأبقار الأولى والثانية تعطي نصف الحليب

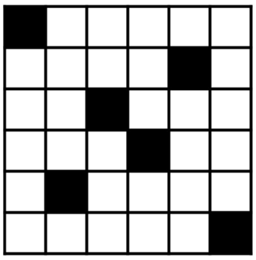
وبالتالي $4 = 2 + 2$ لترات تشكل ربع الحليب.

وهذا يعني أن الثانية تعطي $6 = 2 + 4$ لترات، والثالثة 8 لترات.

الخلاصة 2 لتر من البقرة الأولى، 6 لترات من الثانية و8 لترات من البقرة الثالثة. أي أن الحل 16 لترًا.

(11)

حتى لا يكون هناك شريط أبيض من النوع 6×1 يجب ألا يخلو أي صف أو أي عمود من مربع أسود. وبوضع في الحسبان ألا يوجد مربع أبيض من النوع 3×3 بعد التلوين، نجد أحد الحلول كالتالي:



(12)

دعنا نبحث عن قيم O أولاً:

لأن العدد 30 رقم آحاده O وبالتالي قيم O بهذه الشروط هي 0 أو 5 .

- إذا كانت $O = 0$، فليس هناك عشرات "للحمل" إلى العمود الأوسط ولذا فإننا نبحث عن رقم لـ M ، سيكون عندها أيضاً العدد $3M$ رقم آحاده M وبالتالي قيم M بهذه الشروط هي 0 أو 5 ، ولأن O و M يرمزان لرقمين مختلفين فإن $M = 5$ ، وفي هذه الحالة يكون لدينا "1" يحمل على ناتج جمع العمود الثالث بمعنى:

$3J + 1 = I$ ، بمراعاة أن $J \neq 0$ فإن الحلول الممكنة هي $J = 1, I = 4$ أو $J = 2, I = 7$ فقط.

- إذا كانت $O = 5$ ، فإن قيمة 30هي 15 وهكذا لدينا "1" يحمل على ناتج جمع العمود الأوسط.

مما يتطلب أن يكون $3M + 1 = M$ أو $3M + 1 = M + 10$ أو $3M + 1 = M + 20$, والتي تكافئ $2M + 1 = 0$ أو $2M = 9$ أو $2M = 19$ ، ومن الواضح أنه لا توجد قيمة محتملة ل M في الحالات الثلاث.

إذاً الحلول الممكنة هي: $JMO = 150$ مع $IMO = 450$ و $JMO = 250$ مع $IMO = 750$.

نظام المعادلات الخطية الآنية:

تدريبات:

(1)

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{1}{2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{5}{10}=\frac{c_1}{c_2}=\frac{3}{6}$$

وهذا يعني أن النظام له عدد لا نهائي من الحلول.

(2)

$$(a)\ x=10\,,y=3$$

$$(b)\ x=4\,,y=1$$

$$(c)\ x=8\,,y=6$$

$$(d)\ x=5\,,y=4$$

(3)

لتكن:

$$\begin{aligned} x+y&=42\\ x-y&=8 \end{aligned}$$

بجمع المعادلتين:

$$2x=50\Rightarrow x=25$$

بالتعويض في المعادلة الأولى:

$$25+y=42\Rightarrow y=17$$

العددان هما 17 و 25

(4)

نعلم أن $a=6b$.

لتحويل المعطيات الأخرى إلى معادلة، نلاحظ أنه عندما يكون الوقت b دقيقة بعد الثالثة، فإن هذا يعادل $b+60$ دقيقة بعد الثانية.

وقيل لنا إن هذا الوقت متأخر بـ 15 دقيقة عن الوقت الذي كان فيه a دقيقة بعد الثانية.

إذن لدينا:

$$\begin{cases} a=6b\\ a+15=b+60 \end{cases}$$

ومنها نجد أن $b=9$.

لذلك، كان الوقت **الثالثة وتسع دقائق (3:09)** عندما نظرت إلى ساعتِها للمرة الثانية.

أسئلة التحدي (2):

(1)

بجمع المعادلتين نحصل على:

$$\frac{2}{a} = 20 \Rightarrow \frac{1}{a} = 10 \Rightarrow a = \frac{1}{10}$$

بالتعويض في المعادلة الثانية نحصل على:

$$10 + \frac{1}{b} = 14 \Rightarrow \frac{1}{b} = 4 \Rightarrow b = \frac{1}{4}$$

(2)

بجمع المعادلات الثلاثة نحصل على $2(x+y+z) = 18$ ومنها $x+y+z=9$، بالتعويض من المعادلة الأولى نحصل على $z=1$ ثم من الثانية $x=5$ ومن الثالثة $y=3$.

(3)

مثلاً $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}$، يمكن إيجاد الصيغة العامة كالتالي:

بفرض الكسرين $\frac{1}{b}, \frac{1}{a}$ فيكون لدينا $\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$، ومنها $\frac{1}{ab} = \frac{b-a}{ab}$ ومنها $b-a=1$ ومنها $b=a+1$، ويكون الكسرين بشكل عام $\frac{1}{a+1}, \frac{1}{a}$.

(4)

بفرض عرض وطول المستطيل المظلل هو x و $3y$ على التوالي وطول المستطيل غير المظلل يكون l.

بما أن كل مستطيل له نفس المحيط إذن $2(l+y) = 2(x+3y)$ وبالتالي $l+y = x+3y$

ومنها $l = x+2y$، ولأن الشكل الأصلي مربع إذن $2x + l = 3y$ ومنها $l = 3y - 2x$.

وبالتالي $x + 2y = 3y - 2x$ ومن ثم $y = 3x$.

إذن مساحة مستطيل مظلل هي $3xy$،

ومساحة مستطيل غير مظلل هي $ly = y(x+2y) = y(x+6x) = 7xy$

فإن نسبة مساحة مستطيل مظلل إلى مساحة مستطيل غير مظلل هي $3xy : 7xy = 3:7$.

(5)

بفرض عدد الأطفال هوn ، قيمة المبلغ هي k هللة.

لدينا $60n = k - 210$ ومنها $k = 60n + 210$.

من جهة أخرى $\frac{k+20}{n} = 70$ ومنها $k = 70n - 20$.

أصبح الآن $60n + 210 = 70n - 20$ ومنها $n = 23$ وهو عدد الأطفال.

(6)

يمكننا كتابة التحليل الأولي للعدد 3600 كالتالي: $3600 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$ والمطلوب كتابته على الصورة: $2^a \times 3^b \times 4^c \times 5^d$. بمقارنة المقدارين نجد $b = 2, d = 2$ وأيضاً $2^4 = 2^a \times 4^c$.

ولأن $4^c = 2^{2c}$ ، وبالتالي $a + 2c = 4$ ومنها $a = 4 - 2c$. ولكن $a + b + c + d = 7$.

ومن ثم $4 - 2c + 2 + c + 2 = 7$ والتي حلها $c = 1$.

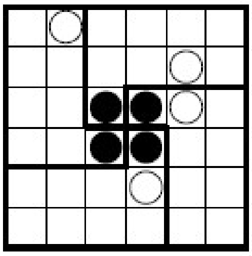
(7)

نريد أن يكون أكبر عدد من الرقم 5 على اليسار . سنبدأ بإزالة 1234 ونترك 5. ثم نعيد الكرة نزيل 1234 ونترك 5. للأسف لا نستطيع جعل 5 أخرى في اليسار. مسموح لنا فقط أن نزيل 12 التالية. وبالتالي أكبر عدد يمكن الحصول عليه هو:

553451234512345.

(8)

على سبيل المثال الشكل أدناه:



(9)

الطفل الوحيد المحتمل أن يكون في رياض الأطفال هو الذي عمره 5 سنوات، ولأن إحدى البنات في رياض الأطفال فإن الطفل الأصغر هو بنت. كما أن محمداً ليس الأصغر، ولأنه أصغر من نجاح فإنه ليس الأكبر كذلك. ومن ثم عمر محمد 8 أو 13.

- بفرض عمر محمد 8 سنوات فإن عمر رجاء 13 أو 15، وتصبح الأزواج المرتبة الممكنة لتمثيل عمري نور ورجاء هي:

$(5,13), (5,15), (13,15)$

الزوج الوحيد الذي يحقق أن مجموع العمرين يقبل القسمة على 3 هو أن يكون عمر نور 5 سنوات وعمر رجاء 13.

- بفرض عمر محمد 13 سنة فإن عمر رجاء 15 ، وتصبح الأزواج المرتبة الممكنة لتمثيل عمري نور ورجاء هي:

$(5,15), (8,15)$

ولا يوجد إمكانية أن يكون مجموع العمرين يقبل القسمة على ثلاثة.

الخلاصة شروط السؤال تتحقق فقط عندما عمر نور 5 سنوات، وبالتالي نور بنت.

(10)

إذا قال كل الناس في الجزيرة الصدق فسنحصل على 100 إجابة إيجابية. يعطي كل كاذب ثلاث إجابات إيجابية بدلاً من إجابة واحدة ، وبهذه الطريقة يزيد إجمالي عدد الإجابات الإيجابية بمقدار 2.

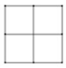
حيث تم إعطاء $25 + 25 + 45 + 55 = 150$ إجابات إيجابية، 50 منها "إضافية" .

لهذا السبب عدد الكذابين هو $50 \div 2 = 25$.

(11)

السؤال ليس سهلاً على أية حال والهدف هو أن نطلق العنان لإبداع الطالب.

لو نظرنا لأي مربع من النوع 2×2 والمقسم لـــ 4 مربعات صغيرة داخل الجدول.



دعنا نطلق عليه "بلوك" سنجد أن أي مربعين صغيرين فيه سيشتركان في رأس أو ضلع. وبالتالي لا يمكن أن نلون أكثر من مربع صغير بالأسود داخل أي بلوك في الجدول. ونطرح السؤال الآن كم أكبر عدد من البلوك المنفصل (أي غير المتداخل) التي يمكن أن نقسم لها الجدول المعطى؟ الإجابة هي 16 بلوك!

ومن ثم أكبر عدد من المربعات الصغيرة يمكن تلوينها بالأسود بشروط السؤال هو 16، ولا يمكننا تلوين 17 مربع صغير بهذه الطريقة.

تدريبات النسبة المئوية:

(1)

لأن:

$$\frac{7}{x+y}=\frac{k}{x+z}\Longrightarrow k(x+y)=7(x+z)\longrightarrow(1)$$

وبنفس الطريقة:

$$\frac{k}{x+z}=\frac{11}{z-y}\Longrightarrow k(z-y)=11(x+z)\longrightarrow(2)$$

وبجمع المعادلتين:

$$k(x+y)+k(z-y)=18(x+z)$$
$$\Rightarrow kx+ky+kz-Ky=18(x+z)$$
$$\Rightarrow k(x+z)=18(x+z)\Longrightarrow k=18$$

(2)

لأن:

$$\frac{b+2}{2}=\frac{8}{c+3}\Longrightarrow(b+2)(c+3)=16$$

وبالتالي لدينا الاحتمالات التالية:

- *وهذا مرفوض لأن b عدد طبيعي* $(b+2)(c+3)=1\times16\Longrightarrow b=-1\,,c=13$
- *وهذا مرفوض لأن b عدد طبيعي* $(b+2)(c+3)=2\times8\Longrightarrow b=0\,,c=5$
- *وهذا ممكن* $(b+2)(c+3)=4\times4\Longrightarrow b=2\,,c=1$
- *وهذا مرفوض لأن c عدد طبيعي* $(b+2)(c+3)=8\times2\Longrightarrow b=6\,,c=-1$
- *وهذا مرفوض لأن c عدد طبيعي* $(b+2)(c+3)=16\times1\Longrightarrow b=14\,,c=-2$

إذًا $b=2\,,c=1$ ومنها نجد أن $a=5$.

(3)

ليكن العدد x. عندئذٍ:

$$\frac{120}{100}x=36\Rightarrow x=36\times\frac{100}{120}=30$$

الإجابة: 30

(4)

نسبة التخفيض تساوي

$$\frac{2890-2023}{2890}\times100=\frac{867}{2890}\times100=30$$

(5)

أعطت المعلمة 40% فبقي معها 60% أي:

$$60 \times \frac{60}{100} = 36$$

ثم أعطت صديقاتها ربع الباقي أي بقي معها ثلاثة أرباع الباقي:

$$36 \times \frac{3}{4} = 27$$

ثم أكلت ثلث الباقي وبالتالي يبقى معها الثلثين:

$$27 \times \frac{2}{3} = 18$$

إذًا الإجابة: 18

(6)

مجموع زوايا الخماسي

$$(5 - 2) \times 180 = 540^\circ$$

ومجموع أجزاء النسبة

$$2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$$

إذًا قيمة الجزء الواحد

$$\frac{540}{20} = 27^\circ$$

والزاوية الكبرى 6 أجزاء.

الإجابة: $6 \times 27 = 162^\circ$

(7)

من المعطيات نجد أن:

$$b = \frac{105}{100}a \quad , \quad b = \frac{85}{100}c$$

$$\Longrightarrow \frac{105}{100}a = \frac{85}{100}c$$

$$\Longrightarrow \frac{a}{c} = \frac{85}{100} \times \frac{100}{105} = \frac{85}{105} = \frac{17}{21}$$

(8)

لنفرض:

الطول الأصلي L والعرض الأصلي W وبالتالي المساحة الأصلية $L \times W$

بعد الزيادة:

تكون الأبعاد الجديدة:

$$\frac{150}{100}L \quad , \quad \frac{120}{100}W$$

والمساحة الجديدة:

$$\frac{150}{100}L \times \frac{120}{100}W = \frac{180}{100}LW$$

وبالتالي نسبة الزيادة في المساحة تساوي:

$$\frac{\frac{180}{100}LW - LW}{LW} \times 100 = 80\%$$

(9)

كل يوم يباع 20% أي يتبقى 80% من السمك كل يوم وبالتالي:

بعد يوم واحد يتبقى $\frac{80}{100}$ من الكمية، وبعد يومين يتبقى $\frac{64}{100} = \frac{80}{100} \times \frac{80}{100}$ من الكمية الأصلية.

ولأن بعد يومين (أي الثلاثاء) تبقى 2000 سمكة فإن:

$$\frac{64}{100}x = 2000 \Longrightarrow x = 2000 \times \frac{100}{64} = 3125$$

(10)

من المعطيات:

$$t = \frac{u}{4} \Longrightarrow 4t = u$$

وبذلك:

$$\frac{4t}{2u} = \frac{u}{2u} = \frac{1}{2}$$

أي أن $4t : 2u = 1 : 2$

(11)

من المعطيات نجد:

$$\frac{x}{yz}:\frac{y}{zx} = 1:k \Longrightarrow \frac{k}{1} = \frac{y}{zx} \times \frac{yz}{x} = \frac{y^2}{x^2}$$

وأيضًا:

$$yz:zx = 1:2 \Longrightarrow \frac{yz}{zx} = \frac{y}{x} = \frac{1}{2}$$

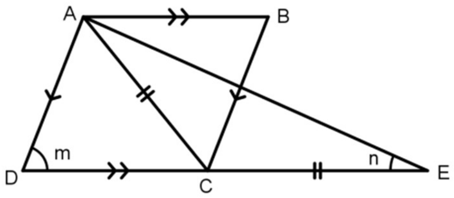
وبالتالي:

$$k = \frac{y^2}{x^2} = \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

حلول (الهندسة)

حلول تدريبات المراجعة:

(1)

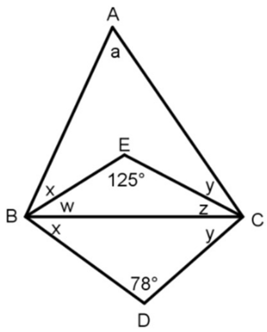


$CA = CE \Longrightarrow \angle EAC = \angle AEC = n \Longrightarrow \angle ACD = n + n = 2n$

$AD = CD \Longrightarrow \angle DAC = \angle DCA = 2n$

$\angle D + \angle DAC + \angle DCA = 180 \Longrightarrow 4n + m = 180$

(2)

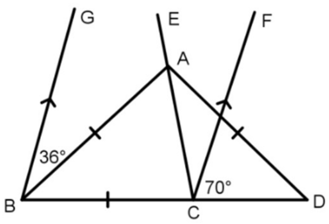


$x + y = 180 - 78 = 102$

$w + z = 180 - 125 = 55$

$A = 180 - (x + y + w + z) = 180 - (102 + 55) = 23°$

(3)



$\angle DCF = \angle CBG = 70 \Longrightarrow \angle ABC = 70 - 36 = 34°$

$\Longrightarrow \angle ADC = \angle ABC = 34,$

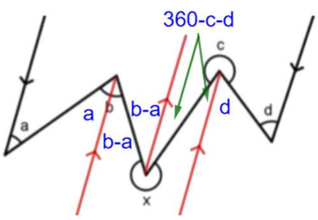
$\angle BAC = \angle BCA = \dfrac{180 - 34}{2} = 73°$

$\angle BAD = 180 - (34 + 34) = 112° \Longrightarrow \angle DAC = 112 - 73 = 39$

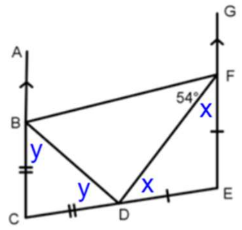
$\Longrightarrow \angle EAD = 180 - 39 = 141°$

(4)

$x + b - a + 360 - c - d = 360 \Longrightarrow x = c + d + a - b$



(5)



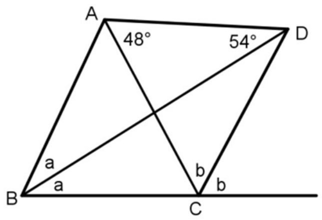
$2x + \angle FED = 180$

$2y + \angle BCD = 180$

$\angle FED + \angle BCD = 180 \Longrightarrow 2x + 2y = 180 \Longrightarrow x + y = 90$

$\Longrightarrow \angle BDF = 180 - (x + y) = 90$

(6)



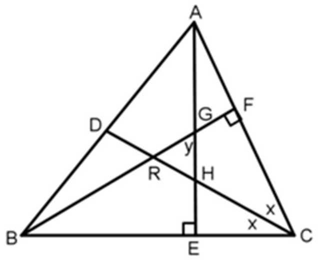
$\angle BAC = 2b - 2a$

$\angle BDC = b - a$

$2b = a + 78 \quad , \quad a = \frac{2}{3}b \Longrightarrow 2b = \frac{2}{3}b + 78$

$\Longrightarrow b = 58.5° \ , a = 39°$

(7)



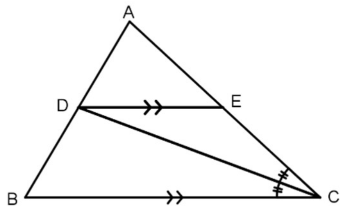
$\angle FRC = 90 - x,$

$\angle GHR = \angle EHC = 90 - x$

$\Delta GHR: y + (90 - x) + (90 - x) = 180$

$\Longrightarrow y = 2x$

(8)

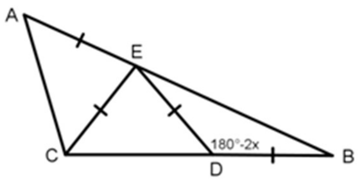


$\angle ADE = \angle B = 70°,$

$\angle EDC = \angle BCD = \frac{40}{2} = 20°$

$\Longrightarrow \angle BDC = 180 - (70 + 20) = 90°$

(9)



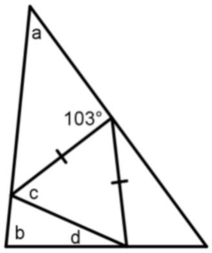
$\angle DBE = \angle DEB = x$

$\angle DCE = \angle CDE = 2x$

$\angle AEC = \angle DCE + \angle DBE = 3x$

$\angle ACE = \angle CAE = \frac{180 - 3x}{2}$

(10)



$\frac{3}{2}a = c \quad , \ 2a = b \ , \ \frac{1}{3}a = d$

$$77 - a + c = b + d \Longrightarrow 77 - a + \frac{3}{2}a = 2a + \frac{1}{3}a$$

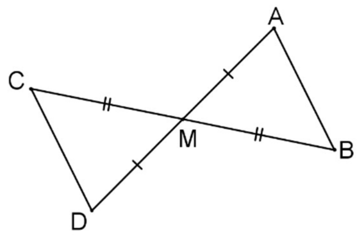
$$\Longrightarrow 77 \times 6 - 6a + 9a = 12a + 2a$$

$$\Longrightarrow 77 \times 6 = 11a \ \Longrightarrow a = 42°$$

$$b = \frac{42}{2} = 21 \ , \ c = \frac{3 \times 42}{2} = 63 \ , \ d = \frac{42}{3} = 14$$

حلول تدريبات تطابق المثلثات:

تدريب



المثلثان AMB, DMC فيهما:

$\{MA = MD\ MB = MC\ \angle AMB \cong \angle DMC$ (بالتقابل بالرأس)

إذًا يتطابق المثلثان وينتج أن:

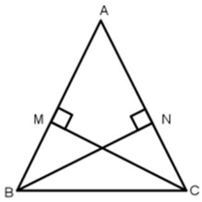
(1) $AB = CD$

(2) $m\angle A = m\angle D$ وهما متبادلتان. إذن $AB \parallel CD$

(1–15)

رقم التدريب	عبارة التطابق	مسلمة التطابق
1	$ABC \cong NPY$	$A.A.S$
2	لا يوجد	لا يوجد
3	$ABC \cong CKA$	$S.S.S$
4	لا يوجد	لا يوجد
5	لا يوجد	لا يوجد
6	لا يوجد	لا يوجد
7	$ABC \cong PQC$	$S.A.S$
8	لا يوجد	لا يوجد
9	$ABC \cong AGC$	$A.S.A$
10	$ABC \cong CDA$	$A.S.A$
11	$ABC \cong BST$	$A.S.A$
12	لا يوجد	لا يوجد
13	لا يوجد	لا يوجد
14	$ABC \cong CDA$	$S.A.S$
15	$ABC \cong MNC$	$A.S.A$

(16)

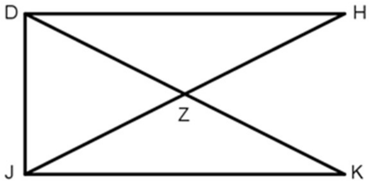


$m\angle AMC = m\angle ANB = 90°$ وَ $\angle A$ مشتركة، وبالتالي $\angle NBA \cong \angle ACM$

ومعطى أن $AB = AC$

إذًا $\Delta ABN \cong \Delta ACM$ $(A.S.A)$،

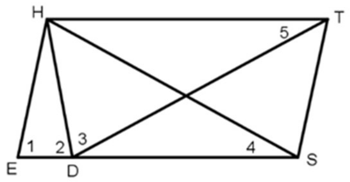
(17)



$DJ \cong DJ$, $DH \cong JK$, $\angle HDJ \equiv \angle KJD = 90° \Longrightarrow \Delta JDH \cong \Delta DJK$ (HL)

$\Longrightarrow \angle H = \angle K$

(18)

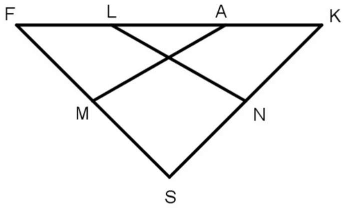


من خلال الشروط المعطاة لدينا $ES = DT$،$\angle 1 = \angle 3$،

وبما أن $\angle 1 = \angle 2$ في HED إذن $HE = HD$.

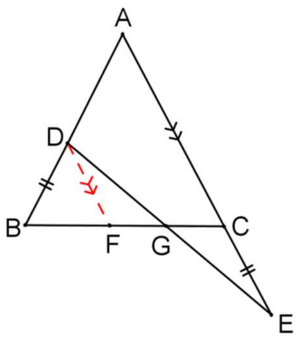
وبالتالي المثلثين $\Delta HES \cong \Delta HDT$ وهذا يعطي أن $\angle 4 = \angle 5$.

(19)



$$FL = AK \Longrightarrow FL + LA = AK + LA \Longrightarrow FA = KL$$
$$SF = SK \Longrightarrow \frac{1}{2}SF = \frac{1}{2}SK \Longrightarrow MF = NK$$
$$SF = SK \Longrightarrow \angle K = \angle F$$
$$\Delta FAM \cong KLN\ (SAS) \Longrightarrow AM \cong LN$$

(20)



من النقطة D نرسم $DF \parallel AE$ ليقطع BC في F كما بالشكل.

إذن: $\angle FDG = \angle CEG$, $\angle DGF = \angle EGC$

وبما أن: $\angle BFD = \angle BCA = \angle DBF$

إذن: $DF = DB = CE$

إذن: $\Delta DFG \cong \Delta ECG$

إذن: $DG = GE$

حلول (نظرية الأعداد)

(1)

العدد المكون من رقمي الآحاد والعشرات هو 38. ولأن القسمة من اليسار لليمين فإن عند قسمة 3 على 2 وهو عدد فردي (فعليًا تكون 13 على 2 لوجود حمل 1 من قسمة العدد الفردي السابق لها) فإن الباقي 1. ومن ثم ينتج رقم الآحاد من قسمة 18 على 2 وهو 9. وأخيراً العدد الناتج فردي.

(2)

لا يمكننا، فمجموع 5 أعداد فردية هو عدد فردي لا يمكن أن يساوي 50 50 لأنه زوجي.

(3)

لأن a, b عددان صحيحان متتاليان، فأحدهما فردي والآخر زوجي، وبالتالي c عدد زوجي. الآن الأعداد a, b, c منها اثنان زوجيان وواحد فردي. ولأن العدد ومربعه لهما نفس الزوجية فإن الأعداد a^2, b^2, c^2 أيضاً منها اثنان زوجيان وواحد فردي. ولأن N^2 مجموع تلك الأعداد فيجب أن يكون فردياً.

(4)

بدأ النمط بـ 1,2، وهما فردي وزوجي، الحد الثالث ينتج من طرح الأول من ثلاثة أمثال الثاني، ولأنه عند ضرب عدد في 3 فلا يتغير نوعه، فإن العدد الثالث سيكون ناتج طرح فردي من زوجي وبالتالي سيكون فردياً، بالمثل العدد الرابع سيكون فردياً، أما الخامس سيكون ناتج طرح فردي من فردي وبالتالي سيكون زوجيًا،

والسادس فردياً، وكما موضح ($\underline{O\ \ E\ \ O}\ \ \underline{O\ \ E\ \ O}\ \ldots.$) يبدأ النمط في التكرار، الحدود الثلاثة الأولى تعيد نفسها وهكذا.

الآن نقسم 2026 على 3 فيكون خارج القسمة 675 عدداً (كل ثلاثة منهم على الصورة $\underline{O\ \ E\ \ O}$ توالياً)

والباقي 1، عدد على الصورة $\underline{O\ }$ ، وأخيراً العدد الذي ترتيبه 2026 عدد فردي.

(5)

ليكن $k = (x+1)(y+2)(z+3)$. لدينا الحالات الثلاث:

الأولى: x, y فرديان، عندها $x+1$ زوجي، وبالتالي k زوجي.

الثانية: x, y فرديان، عندها $x+1, z+3$ زوجيان، وبالتالي k زوجي.

الثالثة: y, z فرديان، عندها $z+3$ زوجي، وبالتالي k زوجي.

(6)

واضح أن عدد الأعداد الفردية فردي (تحديداً 1013 عدداً). فلو جمعنا كل الأعداد سيكون الناتج فردياً. ولأن ناتج جمع العددين أو طرحهما له نفس الزوجية فلو استبدلنا أي عدد من علامات "+" بعلامات "-" فإن ذلك لن يغير من زوجية الناتج، وبالتالي الناتج فردي.

(7)

(a) نعم. مثلاً $8 - 7 - 6 + 5 + 4 + 3 - 2 + 1$.

(b) لا.

يجب ملاحظة أن مجموع الأعداد هو $45 = 9+ \ldots +3 + 2 + 1$ عدد فردي. بينما لو افترضنا أنه أمكن استبدال النجوم بعلامات $-, +$، لأمكننا نقل الأعداد التي أمامها علامة $-$ للطرف الأيمن لنحصل على مجموعتين كل منهما نصف مجموع المجموع الأصلي، وبالتالي مجموع الأعداد الأصلي زوجي، وذلك يناقض كونه 45.

(8)

غير ممكن.

بفرض عدد مباريات المكسب للاعب x ، والتعادل y ، والخسارة $20 - x - y$ ، وبالتالي فإن مجموع نقاطه هو $3x + y - (20 - x - y) = 2x + 2y - 20$ وهو عدد زوجي لا يمكن أن يساوي 39.

طريقة أخرى :

غير ممكن؛ لأن لدينا عملية جمع/طرح لـ **20عددًا فرديًا** (وعدد الأعداد الفردية زوجي). لذلك فإن الناتج النهائي لا بد أن يكون **عددًا زوجيًا**، لكن **39عدد فردي**، لذا فهذا غير ممكن.

(9)

(a) نعم ممكن. مثلاً نضع في السلال بالتتابع برتقالة ثم 2 ثم برتقالة ثم 2 وهكذا.

(b) لا.

بالنظر لعدد البرتقال في كل سلتين متجاورتين يجب أن يكونا مختلفين في الزوجية، مثلاً إذا كانت السلة الأولى بها عدد زوجي فإن في الثانية بها عدد فردي والثالثة زوجي وهكذا. ولكننا في الأخير سنصل لتناقض سيكون في الأولى والتاسعة عدد زوجي على خلاف المطلوب.

(10)

(a) لا.

فهي تستطيع فقط أن تقفز عدد صحيح من السنتيمترات.

(b) لا.

فهي تستطيع فقط أن تقفز عدد زوجي من السنتيمترات، ومن ثم بعدها عن نقطة الأصل دائماً عدد زوجي.

(c) نعم.

فهي تستطيع مثلاً أن تقفز 6 سم مرتين لليمين ثم تقفز 8 لليسار.

(11)

هذا السؤال ليس سهلاً. فبعد تجربة الطلاب لعدد مختلف من وضع الأعداد سيتسرب اليأس لنفوسهم من إمكانية ترتيب الأعداد بهذه الشروط، وربما يصرح بعضهم بأن هذا غير ممكن. ولكن كيف السبيل لإثبات ذلك؟

أحد الطرق أن ننظر إلى رتب الأعداد على الخط أي العدد الأول ثم الثاني وهكذا إلى العاشر أي $1,2,3,\ldots,10$، وبالتالي مجموع رتب الأعداد هو 45 وهو عدد فردي، من جهة أخرى ومن شروط السؤال يجب أن يكون:

مجموع رتبتي العددين 1,1 هو $a+(a+2)=2a+2$ عدد زوجي (أياً كان ترتيبهم على الصف)،

مجموع رتبتي العددين 2,2 هو $b+(b+3)=2b+3$ عدد فردي،

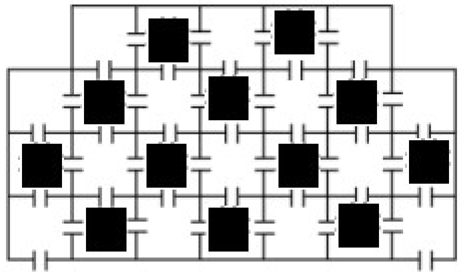
مجموع رتبتي العددين 3,3 هو $c+(c+4)=2c+4$ عدد زوجي،

مجموع رتبتي العددين 4,4 هو $d+(d+5)=2d+5$ عدد فردي،

مجموع رتبتي العددين 5,5 هو $e+(e+6)=2e+6$ عدد زوجي،

وبالتالي مجموع رتب الأعداد بشرط السؤال هو مجموع خمسة أعداد منها اثنان فرديان وثلاثة زوجية وبالتالي يجب أن يكون مجموع الرتب زوجيًا، وهذا يناقض كون مجموع رتب الأعداد 45 فردياً. ومن ثم الحالة مستحيلة.

(12)



هذا السؤال يشبه السابق. فبعد عدة محاولات ربما يبدأ الطلاب في التفكير في الاستحالة. وسنستخدم إستراتيجية التلوين. وهي بقدر بساطتها بقدر قوتها في هذه الحالات. وسيدرسها الطلاب بقدر أوسع في التركيبات. عدد الغرف التي يجب زيارتها 26 وهو عدد زوجي. دعنا نلون الغرف كما في الرسم أعلاه كلوحة الشطرنج بمعنى كل مربعين متجاورين مختلفين في اللون ما بين أبيض وأسود. الآن شرط السؤال يحتم علينا أن نبدأ من غرفة بيضاء وننتهي في غرفة بيضاء أيضًا. ولأن كل غرفة يجب أن نزورها مرة واحدة فقط ولا يوجد غرفتان متجاورتان لهما نفس اللون يجب أن تكون سلسلة حركاتنا كالتالي أبيض ثم أسود ثم أبيض ثم أسود وبالتتابع حتى نصل لأبيض. ومن ثم عدد الأبيض يزيد عن الأسود بواحد، وبالتالي يجب أن يكون أحدهما فردي والآخر زوجي، وبالتالي طول مثل هذه السلسلة (هو نفسه عدد الغرف) يجب أن يكون فردياً. وهذا يناقض أن عدد الغرف 26 زوجي. وبالتالي المهمة مستحيلة.

حلول (التركيبات)

مبدأي العد الأساسيين:

(1)

$$6 \times 4 = 24$$

(2)

$$9 \times 10 \times 10 = 900$$

(3)

$$8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720$$

(4)

$$9 \times 10 = 90$$

(5)

$$4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 17280$$

(6)

$$7 + 10 = 17$$

(7)

$$3 \times 5 + 4 \times 5 + 4 \times 3 = 47$$

(8)

$$4 \times 3 \times 9 \times 8 \times 7 = 6048$$

(9)

$$8 \times 20 + 13 \times 20 + 8 \times 13 = 524$$

(10)

a. $9 \times 5 = 45$

b. $3 \times 5 = 15$

c. $2 \times 4 = 8$

d. $4 \times 3 + 5 \times 2 = 22$

عدد الأعداد والأشرطة:

(12)

$$9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 5 = 45000$$

(11)

$$9 \times 9 \times 8 \times 7 = 4536$$

(14)

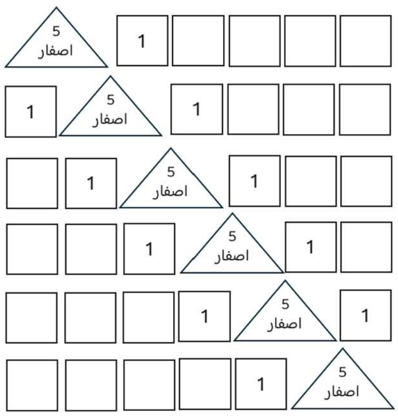
$$3 \times 9 \times 9 = 243$$

(13)

$$(4 \times 4) + (3 \times 4) = 16 + 12 = 28$$

(16)

الخمسة أصفار المتجاورة يمكن أن تبدأ في أي موضع من 1 إلى 6 ولا يجاورهم صفر اخر.



إذا كانت في الطرف (البداية 1 أو 6) فهناك 4 خانات حرة فقط: 2^4 لكل حالة منها. إذا كانت في الوسط (البداية 2–5) فهناك 3 خانات حرة: 2^3 لكل حالة.

المجموع: $2^3 \cdot 4 + 2^4 \cdot 2 = 64$

(15)

التي تقبل على 3:

(7,8,3),(7,8,9),(1,8,9),(1,8,3)

ولكل منها ستة تراتيب:

$$6 \times 4 = 24$$

(18)

$$(4 \times 5^5) + (5^6) = 28125$$

(17)

$$5 \times 10^3 = 5000$$

(20)

$$900 - 5^3 = 775$$

(19)

نختار موضع "1" (4 طرق) و"3" (3 طرق)، والباقي 8 احتمالات لكل خانة، ثم نطرح التي تبدأ بصفر:

$$4 \times 3 \times 8 \times 8 - 3 \times 2 \times 8 = 720.$$

(21)

نمنع تجاور رقمين زوجيين، والخانة الأولى لا تكون صفر. عدد اختيارات الفردي دائمًا 5، والزوجي 4 في الخانة الأولى (اليسار) و5 في الباقي. الأنماط المسموحة:

OOOO، OEOO، OOEO، OOOE، OEOE (كل منها 5^4)

و EOOO، EOEO، EOOE (كل منها 4×5^3) حيث O تعني فردي وE تعني زوجي.

$5 \times 625 + 3 \times (4 \times 125) = 3125 + 1500 = 4625$ عددًا

(23)

نختار الزوج المرتّب (الأولى، الأخيرة) بحيث |الأولى − الأخيرة| = 2، مع منع الصفر في الخانة الأولى: للأولى من 1 إلى 9 يكون عدد الأزواج 15 (1 يعطي 1 زوج، 2 يعطي زوجين، 3–7 كل منها زوجان، 8 يعطي 1، 9 يعطي 1). بعد تثبيت الطرفين، نختار الخانات الوسطى الثلاث من الثماني خانات المتبقية المميزة وبترتيب: 8×7×6 = 336. إذن العدد الكلي = 15 × 336 = 5040.

(22)

$$9 \times 9 \times 9 = 729$$

(24)

في الاحاد 10 وفي العشرات 10 = 20

(25)

$8^3 = 512$ (a)

$8^4 = 4096$ (b)

$9^2 \times 8 = 648$ (c)

عدد الكلمات:

(27)

$$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$$

(26)

$$26 \times 25 \times 24 \times 23 \times 22 = 7{,}893{,}600$$

(29)

$$3 \times 25 \times 25 = 1875$$

(28)

$$(26 \times 25 \times 24) \times 26^3 = 274{,}185{,}600$$

(31)

$$26^3 - 25^3 = 1951$$

(30)

إما أن يظهر M مرة $(24\times25\times3)$، أو مرتين (25×3)، أو ثلاث مرات (1).

بجمعها: $1876 = 1 + 75 + 1800$

(33

نبدأ بحرف واحد من A أو B أو C (ثلاث طرق). كل حرف يمكن أن يتبعه فقط حرفان مسموحان

A) أو C بعد A، A أو B بعد B، B أو C بعد C). إذن في كل خطوة يتضاعف عدد الكلمات. بعد 7 خانات

يكون العدد $192 = 3 \times 2^6$ =كلمة جيدة.

(32)

$$4^1 + 4^2 + 4^3 + 4^4 + 4^5 + 4^6 = 5460$$

(35)

إذا كان بين x و y خمسة أحرف، فالمسافة بينهما 7 مواقع. إذن يمكن أن يبدأ الزوج في أي من المواقع 1 إلى 20 $(26 - 7 + 1= 20)$. لكل موضعين ممكنين (x قبل y أو y قبل x) أي 2 ×. ثم نرتب 24 حرفًا الباقين بأي ترتيب: !24 إذن العدد الكلي:

$$20 \times 2 \times 24 \times 23 \times 22 \ldots \times 2 \times 1$$

(34)

$$21 \times 26^3 = 369096$$